

# Descubriendo a Maxwell

Eloísa López y Claudio Aroca

En este número de la *REF* dedicado al Año Internacional de la Luz no podía faltar un recuerdo a James Clerk Maxwell, a quien debemos una de las grandes unificaciones de la Física. Antes de Maxwell había luz y había electricidad y magnetismo, después de Maxwell, la luz ya no es sino campos eléctricos y magnéticos propagándose a través del espacio.

Este artículo tiene dos partes, la primera es una introducción a la biografía y a las ideas de J. C. Maxwell. La segunda parte puede considerarse como una aproximación intuitiva a las ecuaciones de Maxwell desde el punto de vista de un físico veterano pero actual. Nuestra visión del mundo ha cambiado completamente desde la época de Maxwell. Ahora estamos acostumbrados a tratar con átomos, campos, fotones, etc... y nuestra aproximación a las ecuaciones de Maxwell es muy diferente.

## Breve biografía de James Clerk Maxwell

Sin duda el siglo XIX es el siglo del electromagnetismo, empezando por el descubrimiento de la inducción electromagnética por Michael Faraday en 1831. Faraday realizó numerosos experimentos sobre la producción de electricidad por el magnetismo y también tuvo la intuición de introducir en física la idea de campo. Faltaba que llegase James Clerk Maxwell (figuras 1 y 2) para descubrir la producción de magnetismo por campos eléctricos variables, dar a las ideas de Faraday una formulación matemática cuantitativa y establecer las ondas electromagnéticas, concluyendo que la luz es una onda electromagnética. A Maxwell se le considera el científico del siglo XIX que más influencia tuvo en la física del siglo XX. En el centenario del nacimiento de Maxwell, Einstein escribió:

*Antes de Maxwell los investigadores concebían la realidad física —en la medida en que se supone que representa los fenómenos naturales— como puntos materiales, cuyos cambios sólo consisten en movimientos que pueden formularse mediante ecuaciones diferenciales totales. Después de Maxwell se concibió la realidad física como representada por campos continuos que no podían ser explicados mecánicamente y que debían representarse mediante ecuaciones diferenciales parciales.*

James Clerk Maxwell nació en Edimburgo el 13 de junio de 1831, dos meses después de que Faraday anunciase su descubrimiento de la inducción electromagnética. Fue el único hijo de una familia acomodada que pronto se trasladó a su finca en Glenair donde James pasó sus primeros años. Su padre estaba muy interesado en la tecnología, pero fue su madre quien se hizo cargo de la educación inicial del niño hasta que murió de cáncer cuando James tenía sólo ocho años.

A los diez años J. C. Maxwell empezó sus estudios de secundaria en la Academia de Edimburgo, donde hizo amigos que durarían toda su vida, como Lewis Campbell o Peter Guthrie Tait. En quinto curso empezó a destacar en geometría y ganó la medalla de matemáticas de la Academia por un trabajo sobre cómo se podía construir una curva oval perfecta me-

dante alfileres. Durante el sexto curso hizo un trabajo *Sobre la descripción de los óvalos y las curvas con multiplicidad de focos*, que fue leído en la Edinburgh Royal Society por James Forbes, profesor de la Universidad de Edimburgo.

A los dieciséis años, en 1847, ingresó en la Universidad de Edimburgo. Además de la especulación filosófica, a Maxwell le gustaba experimentar y Forbes, profesor de Filosofía Natural (o sea Física) le dejaba utilizar su laboratorio de física y química, donde hizo experimentos con colores y luz polarizada con aparatos contruidos por él. En sus tres años de estudiante en esta universidad publicó dos trabajos, uno matemático, *On the theory of rolling curves*, y otro físico, *On the equilibrium of elastic solids*.

La estancia en la Universidad de Edimburgo era un paso para entrar en la de Cambridge, lo que hizo en 1850. En esa época, en la Universidad de Cambridge tenían el *Mathematical Tripos*, un sistema de exámenes, principalmente sobre matemáticas y física teórica, instituido a mediados del siglo XVII. El *Tripos* constaba de dos partes, la primera duraba cuatro días y los estudiantes que obtenían los mejores resultados pasaban a la segunda parte de cinco días. El estudiante con mejor calificación alcanzaba el rango de *Senior Wrangler* y, el segundo, *Second Wrangler*. Había todavía otra prueba de más categoría, el *Smith Price*. Casi todos los físicos británicos más importantes del siglo XIX estudiaron en Cambridge y se examinaron de los *Tripos*. En octubre de 1851 James entró a formar parte del grupo de William Hopkins, tutor muy prestigioso pues sus estudiantes siempre conseguían los primeros puestos en estas pruebas. En enero de 1854 tuvieron lugar los *Tripos* y Maxwell fue *Second Wrangler* mientras que Eduard Routh obtuvo el primer puesto. En el *Smith Price* compartieron el primer puesto.

Sus mejores amigos eran Peter Tait y William Thomson (futuro Lord Kelvin). Los tres, Tait, Thomson y Maxwell, mantuvieron toda su vida correspondencia sobre temas científicos y firmaban T (Thomson), T<sup>''</sup> (Tait) y  $dp/dt$  (Maxwell). Esto último se debe a que, en uno de sus libros, Tait enuncia la segunda ley de la termodinámica como  $dp/dt = JCM$ , iniciales de Maxwell. Con T<sup>'''</sup> se designaba a Tyndall, de quien Tait

decía que  $T''$  era una magnitud de segundo orden. Tenían otros seudónimos, como H para William Hamilton y  $H^2$  para Hermann Helmholtz.

En Cambridge, Maxwell conoció el trabajo de Faraday *Investigaciones experimentales sobre electricidad*, que le impresionó mucho y escribió sobre ello:

*Faraday nos enseña tanto sus experimentos fallidos como los exitosos, y sus ideas crudas así como las desarrolladas, y el lector, inferior a él en poder inductivo, siente simpatía más que admiración y está tentado a creer que, si tuviese la oportunidad, él también sería un descubridor.*

En octubre de 1855, Maxwell, con veintidós años, fue nombrado *fellow* del Trinity College para dar clases de hidrostática y óptica. Poco después empezó a trabajar en su artículo *Sobre las líneas de fuerza de Faraday*, base de su teoría del Electromagnetismo. Para explicar el fenómeno de la inducción electromagnética, Faraday había introducido el concepto de estado electro-tónico generado por un imán o un circuito. Cuando cambia este estado por el movimiento relativo de ambos, imán o un circuito, se produce en el circuito una corriente eléctrica. Maxwell describió matemáticamente este fenómeno en su trabajo *Sobre el estado electro-tónico de Faraday*, utilizando geometría diferencial. Obtuvo una magnitud vectorial que describía el estado electro-tónico, escribiendo las tres ecuaciones de las componentes en los tres ejes espaciales para cada magnitud vectorial. Sus conclusiones aparecen en dos artículos que fueron leídos en la Cambridge Philosophical Society en diciembre de 1855 y febrero de 1856 respectivamente y publicados en sus *Transactions*.

Después de leer estos artículos, Faraday escribía a Maxwell:

*Debes suponer que es un trabajo muy gratificante para mí y me da mucho coraje para reflexionar. Al principio estaba casi aterrorizado al ver tanta fuerza matemática hecha para sostener el tema y después maravillado al ver que el tema lo aguantaba tan bien.*

Maxwell tenía veinticinco años y Faraday sesenta y cuatro.

En 1856 Maxwell obtuvo la cátedra de Filosofía Natural en el Marischal College de Aberdeen, donde estuvo 4 años. Allí se casó con Katherine Mary Dewar, hija del director del College. No tuvieron hijos y ella le ayudó en sus investigaciones sobre la teoría del color. Los resultados de estos trabajos están en el artículo *“Experiments of colour, as perceived by the eye, with remarks on colour blindness”*.

Conviene recordar también que Maxwell es uno de los pioneros de la física estadística. En abril de 1859 leyó el artículo *“Sobre la forma de movimiento que llamamos calor”*, de Rudolf Clausius,

publicado en 1857, y, en 1860, Maxwell publicó en el *Philosophical Magazine* el artículo *“Illustrations of the dynamical theory of the gases”*, donde introduce la función de distribución para las velocidades de las partículas y que es un clásico de la física estadística.

En 1860, antes de incorporarse a su nuevo puesto como profesor de Filosofía Natural en el King's College de Londres, recibió la medalla Rumford, distinción con la que la Royal Society premiaba descubrimientos importantes sobre calor y óptica. En Londres tenía menos carga docente y por tanto más tiempo para sus investigaciones. Asistía a las conferencias de la Royal Society y de la Royal Institution, donde conoció personalmente a Faraday, y siguió trabajando en los fenómenos electromagnéticos. El resultado de este trabajo es el artículo *“Sobre las líneas físicas de fuerza”* del que se publicaron dos partes en marzo y abril de 1861 en *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. Las partes 1 y 2 del artículo son *La teoría de los vórtices moleculares aplicada a los fenómenos magnéticos* y *La teoría de los vórtices moleculares aplicada a las corrientes eléctricas*. En su finca de Glenair, en el verano de 1861, siguió trabajando sobre el modelo de los vórtices y tuvo la idea de considerar un medio elástico y, así, identificar las fuerzas electrostáticas con las fuerzas provocadas por la elasticidad transversal de los vórtices. Llegó a la conclusión de que los fenómenos electromagnéticos se propagaban en ondas transversales y que la velocidad de propagación de estas ondas coincidía con la velocidad de la luz. Así, en 1861, escribe en una carta a Thomson:

*Desarrollé las ecuaciones en el campo antes de tener sospecha alguna de la proximidad entre los dos valores de la velocidad de propagación de los efectos magnéticos y el de la luz. De forma que tengo motivo para creer que los medios magnéticos y luminosos son idénticos.*

Estas ideas se publicaron en la parte 3 y 4 del artículo en diciembre de 1861 y febrero de 1862: *La teoría de los vórtices moleculares aplicada a la electricidad estática* y *La teoría de los vórtices moleculares aplicada a la acción del magnetismo*



Fig. 1. J. C. Maxwell joven.



Fig. 2. J. C. Maxwell.



Fig. 3. Maxwell y su esposa, Katherine Mary.

sobre la luz polarizada. Maxwell había llegado al concepto actual de campo: un ente físico cuya naturaleza no se evidencia mediante propiedades o características mecánicas, sino por su capacidad de almacenar y transmitir energía. Pero necesitaba tiempo para trabajar y, en 1865, renunció a la cátedra para volver a la finca de Glenair. “Ahora tengo mi tiempo completamente ocupado con experimentos y especulaciones de tipo físico, lo que no podía emprender mientras tenía deberes públicos”, escribía a C. B. Taylor.

En Glenair escribió dos libros, *Theory of Heat* (1871) y su gran *Treatise of Electricity and Magnetism* (1873), obra cumbre de la literatura científica. Tardó seis años en escribir las más de mil páginas de los dos volúmenes de este último libro, donde utilizó un riguroso tratamiento matemático. En él aparecen las ecuaciones en derivadas parciales del campo electromagnético. Uno de los fenómenos que predecía es la presión de la radiación. “Por consiguiente, en un medio en el que se propagan ondas existe una presión normal a las ondas, y numéricamente igual a la energía por unidad de volumen”. Y, a continuación, “un cuerpo plano expuesto a la luz del sol experimenta esta presión solamente en su lado iluminado, y por tanto sería repelido del lado sobre el que cae la luz”. En tiempos de Maxwell no se conocían las cargas eléctricas elementales y por tanto la naturaleza de la corriente eléctrica. Estudiando las leyes de Faraday de la electrólisis, Maxwell escribió:

*De todos los fenómenos eléctricos, la electrólisis aparece como el más adecuado para suministrar un entendimiento real de la verdadera naturaleza de la corriente eléctrica, porque encontramos corrientes de materia ordinaria y corrientes de electricidad que forman parte esencial del mismo fenómeno.*

Maxwell imaginó la existencia de moléculas de electricidad pero hasta 1897 no apareció la partícula elemental cargada, el electrón, descubierto por J. J. Thomson.

En 1871, Maxwell fue designado para la cátedra de Física Experimental de Cambridge, recientemente creada. Aceptó el puesto a pesar de reconocer su falta de experiencia en la docencia de la física experimental. Su primera tarea fue supervisar la construcción del laboratorio, financiado por William Cavendish, duque de Devonshire. Las clases empezaron a impartirse durante la construcción del laboratorio y en 1874, terminado el edificio, empezó el trabajo experimental en el laboratorio

Cavendish. Una de las primeras tareas fue la comprobación exhaustiva de la ley de Ohm. La mayoría de los estudiantes eran recién licenciados que querían investigar en física. Uno de ellos, Richard Glazebrook, cuenta en su libro sobre Maxwell:

*No había clases regulares ni ejercicios establecidos de demostraciones dispuestos para un examen, eso vino después. En tiempos de Maxwell aquellos que quisieran trabajar tenían a su disposición el laboratorio y asistencia y ayuda en él, pero les dejaba bastante independencia para investigar sobre el aparato y los mejores métodos de usarlo.*

Maxwell marcó una manera de trabajar en el laboratorio Cavendish que lo convirtió en un referente mundial y tuvo grandes éxitos científicos. Sus sucesores fueron J. W. Strutt (lord Rayleigh), J. J. Thomson y Ernest Rutherford, todos ellos ganadores de premios Nobel.

El 5 de noviembre de 1879, la misma enfermedad de su madre acabó con la vida de Maxwell a los cuarenta y ocho años de edad.

### Una aproximación intuitiva a las ecuaciones de Maxwell

Cuando nos pidieron que escribiésemos un artículo sobre Maxwell nos preguntamos ¿de qué modo aparece Maxwell en la vida de los viejos físicos, que pasamos un bachillerato de seis años con reválidas, preuniversitario y selectividad?

Las cargas eléctricas, la electrificación por frotamiento e inducción, los principios de la interacción entre cargas y el hecho de que no se podía separar el polo norte del polo sur de un imán aparecía en la enciclopedia que estudiábamos hasta el ingreso en el instituto.

Más tarde, en el bachillerato, nos decían que las cargas eléctricas creaban un campo que iba de las cargas positivas a las negativas y que disminuía con la distancia al cuadrado, por tanto no había posibilidad de realizar un trabajo con el campo electrostático. Lo del campo eléctrico nos parecía innecesario (todavía no sabíamos el significado de campo) y lo del trabajo, discutible: en un viejo libro habíamos visto el motor electrostático de Benjamin Franklin (figura 4) que funcionaba con cargas eléctricas. Sin embargo, Franklin era poco de fiar, libertino, revolucionario, masón, así que, quizás, lo de su motor tenía trampa. Teniendo en cuenta los malos antecedentes de Franklin y la posibilidad de suspender si no se usaba el campo eléctrico y si no se admitía el hecho de que no se podía obtener trabajo moviendo una carga eléctrica en el campo electrostático, lo que implicaba que no existían líneas de campo cerradas, tuvimos que aceptar que

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (1)$$



Y, teniendo en cuenta la definición de rotacional, esto ya en la Facultad,

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (2)$$

Con el campo magnético las cosas eran muy diferentes, Ampère había encontrado que las líneas de campo magnético rodeaban a las líneas de corriente y que por tanto eran cerradas, esto es

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (3)$$

Enseguida pensamos que si fuese posible encontrar una carga magnética de un solo polo tendríamos el motor eléctrico ideal, pero no era posible separar los polos del imán.

Había una esperanza, el campo creado por un conductor rectilíneo disminuía con la distancia,  $r$ , luego si colocábamos un imán en la dirección de  $r$  daría vueltas porque las fuerzas sobre cada polo eran opuestas pero de diferente módulo. Lo montamos y no funcionaba. Alguien con más conocimientos de mecánica nos miró con profundo desprecio y nos dijo “el par mecánico es siempre cero y es el par lo que hace girar los motores”. Para hacer un motor eléctrico había que hacer algo similar al motor de Franklin, con polos magnéticos cambiando de signo. Cuando llegamos a este nivel de conocimientos ya habían pasado algunos años y lo de que Franklin fuese un libertino empezaba a ser interesante.

Después, en la universidad, nos definieron la densidad de corriente  $\vec{j}$  y la expresión anterior se cambió por algo más general pero que en esencia era casi lo mismo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint \vec{j} \cdot d\vec{s} \quad (4)$$

y, teniendo en cuenta la definición de rotacional, se podía escribir:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (5)$$

El primer recuerdo de Faraday fue cuando estudiamos física y química en el Instituto. Un flujo magnético variable en el tiempo generaba fuerzas electromotrices en circuitos eléctricos. Había un signo menos, no debía de ser muy importante ya que sólo te quitaban algunos puntos en el examen si no lo ponías. Entendimos, al fin, como funcionaba una dinamo y un generador de tensión alterna, que era lo que teníamos en casa. Las radios y otros aparatos funcionaban con corriente continua, algo que parecía absurdo: pudiendo usar dinamos que daban corriente continua, utilizar alternadores para después rectificar la corriente. Cuando nos explicaron los transformadores, todo cobró sentido, Tesla había aparecido en nuestras vidas, pero sorprendentemente ni siquiera lo mencionaron. Aquella sociedad, y quizás todavía la actual siguiendo a Unamuno<sup>1</sup>, Rector Perpetuo de la Uni-

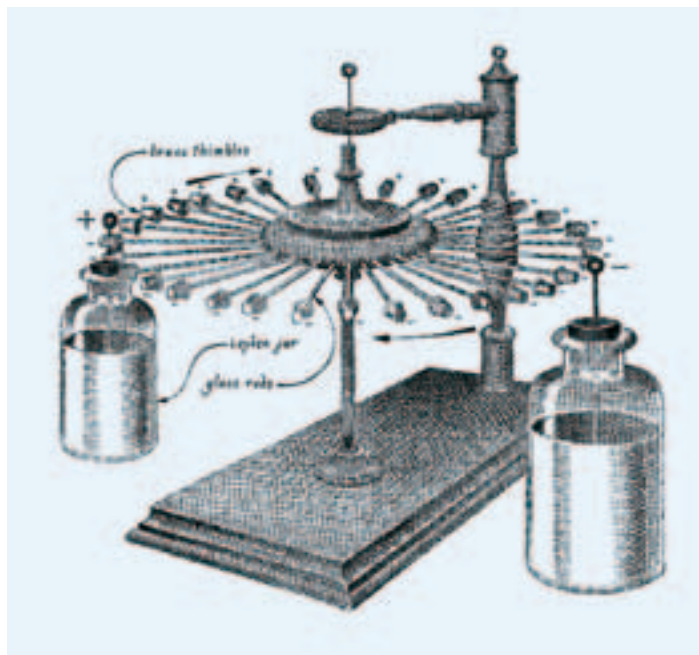


Fig. 4. Motor electrostático de Franklin.

versidad de Salamanca nada menos, consideraba que no merecía la pena mencionar a Tesla, porque al igual que Edison, eran simples inventores de cosas técnicas. Lamentablemente tardaríamos años en conocer a Tesla y admirarlo. Por cierto, siempre me he preguntado ¿hasta qué punto necesitaron ambos, Tesla y Edison, manejar las ecuaciones de Maxwell para sus desarrollos? Y ¿por qué Edison utilizó corriente alterna en uno de sus inventos, la silla eléctrica?

Después, en tercer año de licenciatura, el profesor Velayos hizo unas bellas demostraciones de cátedra, observando la corriente eléctrica en un circuito al variar el campo magnético que lo atravesaba o al deformar el circuito. Nos quedó muy claro que era la variación de flujo magnético lo que generaba la tensión eléctrica en el circuito.

A continuación situó una espira de cobre bastante gruesa y pesada sobre un núcleo magnético rodeado por un arrollamiento, hizo pasar una corriente por la bobina y el anillo salió disparado poniendo en serio peligro a los alumnos de la primera fila. De pronto se comprendía la importancia del signo menos. Entonces fue cuando entendimos cómo funcionaba el cañón electromagnético desarrollado por los alemanes (figura 5) durante la segunda guerra mundial, para conseguir proyectiles con velocidad inicial mayor que la de los gases de impulsión. Al final aquello se resumía en una simple expresión

taba interesado por la cultura española, había leído a Unamuno y le gustaba España. Ya siendo premio Nobel, en una de sus visitas a España estuvo en el laboratorio Rockefeller invitado por D. Blas Cabrera, con el que tenía buena relación e interés por sus resultados experimentales. D. Blas invitó a Unamuno a visitar el laboratorio y así presentarle a Heisenberg. Según contaba D. Salvador, Unamuno ignoró por completo al *pobre Heisenberg*.

1 El prof. Don Salvador Velayos, que fue discípulo de D. Blas Cabrera, nos contó una interesante anécdota. Heisenberg es-

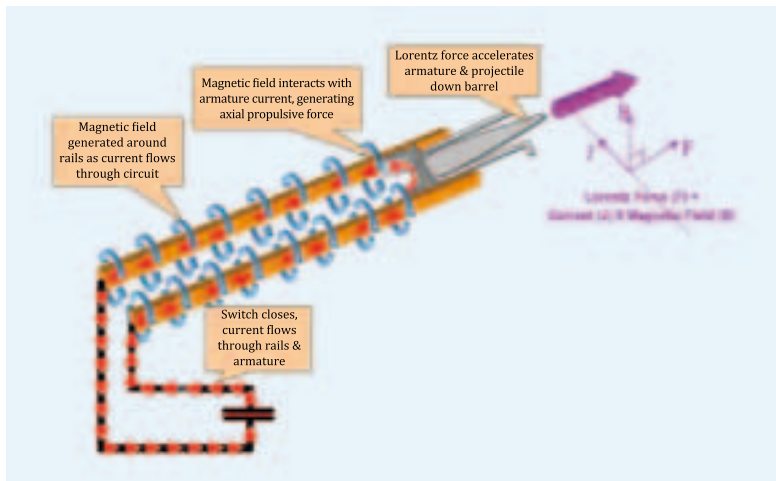


Fig. 5. Esquema de cañón electromagnético.

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (6)$$

Maxwell aparece muy tarde, casi al final del curso de electromagnetismo del tercer año de la facultad. En algún curso anterior nos habían hablado de las ondas electromagnéticas y, para pasar los exámenes, era necesario abrazar varios artículos de fe:

1. No existía el éter (un tal Michelson, que era algo parecido a Santo Tomás en la física pero en sentido negativo, había demostrado su inexistencia).
2. Las ondas consistían en un campo eléctrico y otro magnético perpendiculares entre ellos.
3. Ambos campos estaban en fase.
4. La onda se propagaba en la dirección del producto vectorial del campo eléctrico por el magnético.

Pero la fe va perdiéndose poco a poco. Antes de Maxwell se manifestó Feynman con todo su esplendor en sus *Lectures on Physics* y, en su aparición, mostraba un experimento maravilloso: si se hace pasar una corriente creciente por un solenoide indefinido y situamos un carrusel con cargas eléctricas en torno al mismo, el carrusel se pone a girar impulsado por las cargas. Sobre las cargas actúa un campo eléctrico circular generado por el campo magnético variable. Se abrió la luz, un campo magnético variable generaba un campo eléctrico, y éste es el que genera la fuerza electromotriz que hace funcionar los generadores de tensión. Lo que sucedía era que

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (7)$$

Y, con la definición de rotacional,

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (8)$$

Al fin se entendía por qué el profesor Velayos se ponía tan pesado con la fuerza electromotriz. El motor de Franklin funcionaba mientras existiese carga en las botellas de Leyden. Para que funcionase de modo continuo se necesitaba un campo

electromotor que llevase cargas de una botella a la otra manteniendo su carga constante, esa era la trampa de Franklin.

Podría hacerse un motor eléctrico con la idea de Feynman. Era fácil, un solenoide con una barra de hierro en su interior y un cilindro metálico rodeándolo conectado a una fuente de alta tensión (figura 6). Si se hacía pasar una corriente eléctrica creciente por el solenoide se conseguiría un flujo magnético variable y por tanto un campo eléctrico circular alrededor del mismo. Aplicando una diferencia de potencial entre el núcleo y el cilindro metálico induciría cargas en el mismo que harían rotar al cilindro por la acción del campo eléctrico. Había algunos problemas de fácil solución, como sincronizar los campos eléctricos y magnéticos para que el cilindro se mantuviese dando vueltas y hacer una especie de jaula de ardilla para que girase el cilindro y no las cargas. Pero haciendo unos cálculos, con un campo eléctrico en el condensador de 20 kV/cm y un campo magnético variable de 2 T/μs salía un par de milésimas de N.m. Claro, conseguir cargas elevadas en la superficie de un conductor con aire como dieléctrico es muy difícil, mientras que conseguir corrientes intensas es fácil. Lo mismo le había pasado a Franklin con sus motores electrostáticos, daban un par que no valía ni en los tiempos de la guerra de la independencia americana. No obstante, pese al fracaso tecnológico, el experimento hundía la bien cimentada fe en las ondas electromagnéticas. Si los campos eléctricos y magnéticos de las ondas eran armónicos deberían estar desfasados  $\pi/2$ , nunca en fase. Estas dudas se ampliaron cuando estudiamos a Maxwell. Los campos eléctricos variables crean campos magnéticos al igual que lo hacen las corrientes. Todo cuadraba, había una perfecta simetría, ¿por qué no habían contado antes que un campo eléctrico variable generaba un campo magnético? Todo era bastante simple, solo era preciso cambiar levemente la ley de Ampère

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \epsilon_0 \iint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \quad (9)$$

o sea

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (10)$$

Viendo esta ecuación nos dimos cuenta de por qué tardaron tanto en hablarnos de este nuevo término, el factor era muy pequeño y el campo eléctrico debería cambiar muy rápidamente para que este efecto fuese perceptible.

Y, aún hay algo inquietante; si dentro de un condensador de placas circulares ponemos un imán con su momento magnético orientado en la dirección de un radio, aparecería un par mecánico que lo haría girar, mientras que si el imán se sitúa fuera del condensador, en la zona de campo magnético

creado por el conductor, no gira. ¿Alguien podría explicarlo?

Seguíamos dándole vueltas a la ausencia de desfase entre el campo eléctrico y magnético en las ondas electromagnéticas propagándose en el vacío. El profesor hizo un poco de magia matemática con derivadas temporales y espaciales y, *voilà*, salieron los campos eléctricos y magnéticos perpendiculares entre sí, en fase y con un vector de Poynting en la dirección de propagación de la onda. Fuimos capaces de repetir sin equivocarnos la deducción, pero seguía faltando algo. Matemáticamente todo era correcto, los campos eléctricos y magnéticos eran perpendiculares, el vector de Poynting tenía unidades de potencia partido por superficie y un buen significado físico. Si se calculaba su flujo a través de la superficie de una resistencia recorrida por una corriente alterna, los vectores  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  eran perpendiculares y su flujo medio coincidía con la potencia media disipada. Cuando se hacía el cálculo para condensadores y autoinducciones los campos eran perpendiculares pero desfasados  $\pi/2$ , luego la potencia media aportada era cero. Si construíamos un circuito oscilante L C, el flujo pasaba de un elemento al otro y viceversa. ¿Donde encontrar la intuición? Naturalmente en el campo viajero de Feynman, en *Lectures on Physics*, una superficie indefinida súbitamente recorrida por una densidad superficial de corriente  $\vec{k}$  crea un campo magnético uniforme cuyo frente se propaga con velocidad  $v$ , y, al propagarse, va creando campo donde no lo había y por tanto, aun siendo el módulo de  $B$  constante, produce una variación local de campo que crea un campo eléctrico, que, siguiendo a Maxwell, ocupa todo el espacio llenado por  $B$  y es perpendicular a  $B$ , su módulo es  $E = Bv$  y se propaga generando un campo magnético compatible con el anterior  $B = \epsilon_0 \mu_0 E v$ , luego  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ .

Un campo magnético armónico genera un campo eléctrico desfasado  $\pi/2$  y viceversa, pero no es necesario un campo magnético variable, también se puede producir una variación de campo en el espacio si éste se llena de un campo que se propaga. En este caso los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  están en fase, ya que el campo no tiene que variar temporalmente. Todo empezaba a cuadrar. Naturalmente en medios disipativos se producían atenuaciones en ambos campos y aparece un desfase, los campos se hacen temporalmente variables. En las ondas esféricas o cilíndricas los campos disminuyen con la distancia para conservar la energía y por tanto de nuevo hay un desfase entre el campo eléctrico y magnético.

Volvamos a la f.e.m, las líneas del campo electrostático son abiertas, lo que nos permitía definir el potencial eléctrico pero, a veces, el campo eléctrico tiene líneas cerradas, que en principio, nos impedirían definir el potencial eléctrico. Para solucionar el problema tenemos el campo electromotor

y la susodicha f.e.m. Pero en el caso del campo eléctrico las cargas eléctricas positivas y negativas son separables, y el campo creado por ellas es nulo dentro de una superficie esférica cargada, como demostró Cavendish, por lo que el campo creado por una carga es radial y varía con el inverso del cuadrado de la distancia. Con estas premisas era fácil demostrar que el flujo del campo eléctrico creado por una distribución de carga a través de una superficie cerrada era constante luego

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (11)$$

o, utilizando la densidad de carga y la definición de divergencia

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (12)$$

¿Qué pasaba con el campo magnético? ¿Por qué no hacer lo mismo que con el campo eléctrico? El campo creado por los polos de un imán cumple los mismos requisitos que el campo creado por las cargas eléctricas, es radial y disminuye con la distancia al cuadrado. El único problema es que no se pueden separar los polos positivos de los negativos. El hecho de que los polos no fuesen separables se podía resumir en:

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (13)$$

Posteriormente la teoría atómica nos permitió escribir

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (14)$$

No es igual que con el campo eléctrico porque no podemos separar las cargas, pero podemos trabajar con un potencial magnético escalar, de hecho los que trabajamos con materiales magnéticos lo hacemos constantemente, porque también hay campo magnético que tiene líneas abiertas y el único problema es que no podemos tener corrientes magnéticas siguiendo las líneas de campo.

En resumen, ya llegamos a las ecuaciones de Maxwell, cuatro ecuaciones diferenciales que relacionan los campos eléctricos y magnéticos  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  con las cargas y las corrientes  $\rho$  y  $\vec{j}$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (15)$$



Fig. 6. Esquema de un motor electromagnético.



$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (16)$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (17)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (18)$$

Siendo  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del vacío respectivamente. La primera consecuencia de estas ecuaciones es que si consideramos el medio desprovisto de cargas y corrientes en esa región del espacio ( $\rho$  y  $\vec{j}$  nulas), se deduce fácilmente que los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  verifican

$$\nabla^2 \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \nabla^2 \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (19)$$

Que son las ecuaciones de ondas que se propagan con la velocidad  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ , que coincide con la velocidad de la luz en el vacío. Además  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  son perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación, como supuso Fresnel que debían de ser las ondas luminosas para explicar la polarización de la luz.

A la vista de estos resultados, Maxwell proclamó en 1867 su convicción de que la luz es una onda electromagnética.

### Bibliografía

- [1] GABÁS MASIP, NOEL, *La naturaleza de la luz Maxwell* (Editorial Nivola, 2012).

- [2] CLERK MAXWELL, JAMES, *Escritos científicos*, edición de José Manuel Sánchez Ron (CSIC, Madrid, 1998).
- [3] SÁNCHEZ DEL RÍO, CARLOS, *Los principios de la Física en su evolución histórica* (Editorial de la UCM, Madrid, 1986).
- [4] FEYNMAN, RICHARD P., LEIGHTON, ROBERT B. y SANDS, MATTHEW, *The Feynman Lectures on Physics* (Addison-Wesley Publishing Company, 1977).

**Eloísa López**  
Universidad Complutense  
de Madrid



**Claudio Aroca**  
ETSITelecomunicación (ISOM)  
Universidad Politécnica  
de Madrid



## Calidad a la medida



Fabricación de cámaras, componentes y sistemas de vacío a la medida de sus necesidades.

Suministro de componentes standard de vacío.

Soldadura Electron Beam Welding y Brazing.

**Ingeniería y asistencia técnica.**

**TRINOS Vacuum-Projects, S.L**

Parque Empresarial Táctica  
c/ Velluters, 17

46988 Paterna (Valencia)

España

Tlf: (+34) 96 134 48 31

Fax (+34) 96 134 48 30

comercial@vacuum-projects.net