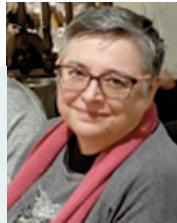


Notas de clase

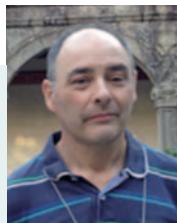
Una pizarra en la que intercambiar experiencias docentes

Cómo visualizar las oscilaciones forzadas en tu smartphone



Isabel Salinas

Dpto. de Física Aplicada, Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño, Universitat Politècnica de València



Marcos H. Giménez

Dpto. de Física Aplicada, Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño, Universitat Politècnica de València



Juan A. Sans

Dpto. de Física Aplicada, Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño, Universitat Politècnica de València



Juan C. Castro-Palacio

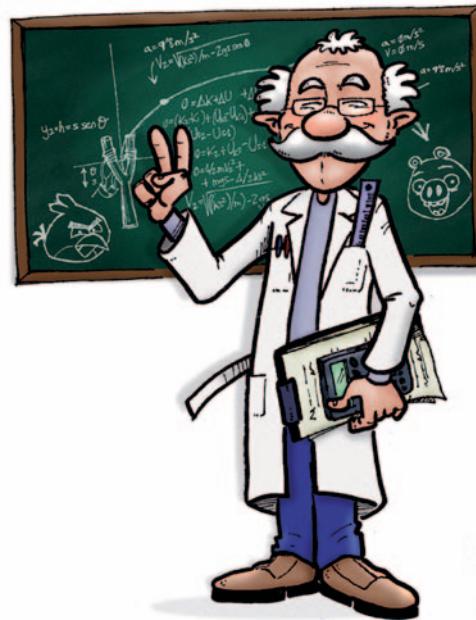
Department of Earth Sciences and Engineering, Faculty of Engineering, Imperial College London, UK.



Juan A. Monsoriu

Dpto. de Física Aplicada, Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño, Universitat Politècnica de València

El principal objetivo de este trabajo es extender el uso de los sensores de los *smartphones* dentro del laboratorio de Física. Estos dispositivos móviles de última generación tienen un marcado carácter tecnológico y social. Se encuentran al alcance de la mayoría de los alumnos, pero muy pocos conocen su funcionamiento. Su utilización como herramienta de medida influye directamente en una mayor motivación de los estudiantes y permite lograr una mejor comprensión de los fenómenos estudiados.



IAS-1-13-

Ilustración por gentileza de Alberto García Gómez (albertogtg.com).

En este artículo se describe una nueva experiencia didáctica para el estudio de las oscilaciones forzadas en el laboratorio. Se presentan los elementos necesarios para adaptar un motor vibrador a un carril cinemático existente, sobre cuya deslizadera se coloca un *smartphone*. Mediante una *app* gratuita se puede controlar el sensor de aceleración (acelerómetro), de manera que se puede almacenar, en un fichero ASCII, los datos de tiempos y aceleraciones registrados, al mismo tiempo que los representa gráficamente en la pantalla. Este sistema permite la visualización inmediata de la aceleración y la experimentación con diversos modos de vibración, en particular el movimiento forzado con amortiguamiento débil. Se trata de una herramienta sencilla para explicar un proceso complejo.

Introducción

La sociedad actual está inmersa en un mundo digital que progresiona a una velocidad vertiginosa. Con la utilización de los llamados “dispositivos inteligentes” (tabletas y *smartphones*) el uso de las nuevas tecnologías se ha generalizado. Por ello, resulta necesario adquirir y desarrollar una educación en las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC).

Al plantear el uso de las TIC en el entorno educativo, se pretende hacer la enseñanza más atractiva para el estudiante, al mismo tiempo que se fomenta la formación en valores como la creatividad, el trabajo en grupo, el esfuerzo y la responsabilidad. No hay que olvidar el espíritu crítico que debe adquirir el alumno ante los datos recogidos en el laboratorio, ya que un teléfono móvil es un aparato de medida, muy atractivo, eso sí, pero donde los valores obtenidos no dejan de tener una incertidumbre asociada.

Las prácticas de laboratorio permiten reforzar la comprensión de las leyes de la Física que se han estudiado previamente en las clases teóricas. Tradicionalmente, el alumno monta un experimento, realiza medidas con diversos aparatos, analiza los datos obtenidos y evalúa críticamente los resultados. Para completar esta formación del alumno en el método científico, y conseguir que se produzca la máxima transferencia teoría-práctica, hay que introducir elementos innovadores en el laboratorio. En este caso, el uso del *smartphone* resulta ser atractivo y sencillo. Puede sustituir a aparatos de medida más complejos como sensores de infra-

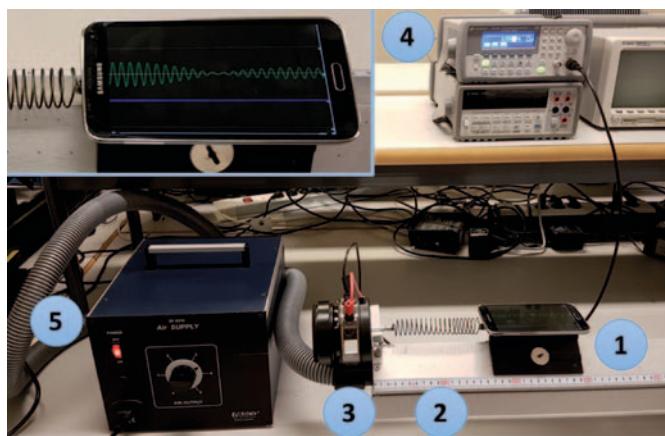


Fig. 1. Configuración del sistema experimental. Las oscilaciones forzadas y amortiguadas se visualizan directamente en la pantalla del *smartphone*.

rojos o cámaras de vídeo, que necesitan estar conectados a un ordenador para un tratamiento posterior y generalmente carecen de la inmediatez de la visualización en pantalla de los datos adquiridos.

Un *smartphone* de gama media incluye numerosos sensores. Algunos son ampliamente conocidos como son los casos de la cámara, el micrófono o el altavoz. Sin embargo, el usuario medio desconoce que su *smartphone* posee un acelerómetro, un sensor de luz, un sensor de campo magnético o un giroscopio, entre otros. Aprovechando estos sensores se han desarrollado numerosas experiencias didácticas.

Entre los sensores más utilizados está el de aceleración, el cual se ha implementado en múltiples experiencias docentes para el estudio de movimientos lineales, circulares y oscilatorios. Los primeros trabajos publicados ilustran experimentos sencillos de Mecánica Clásica, como son el cálculo de la aceleración de la gravedad a partir de la caída libre de un cuerpo, las experiencias con un péndulo simple, o el estudio de movimientos oscilatorios libres [1-3].

A medida que se ha ido generalizando el uso del teléfono móvil como aparato de medida, se han desarrollado nuevas experiencias sobre oscilaciones libres, amortiguadas y acopladas, tanto en sistemas lineales como bidimensionales, en algunos casos con resultados visualmente muy atractivos como es el trazado de las figuras de Lissajous [4-5].

En el presente trabajo se ha incorporado un motor para generar oscilaciones lineales forzadas con amortiguamiento sobre un carril cinemático. En primer lugar se describe el montaje experimental. A continuación, se realiza una breve exposición de los fundamentos teóricos de los movimientos oscilatorios, y se concluye con los resultados obtenidos a través de las medidas realizadas con un *smartphone*. Este trabajo se sitúa curricularmente en los primeros cursos de universidad, pero también puede ser planteado como una experiencia complementaria para alumnos de bachillerato.

Dispositivo experimental

En esta experiencia se ha utilizado un sistema compuesto por un teléfono móvil Samsung Galaxy S5 4G LTE (masa 145 g, sistema operativo Android 4.4.2 KitKat), un carril cinemático PASCO con una deslizadera (masa 180,6 g) y dos masas

adicionales (50,2 g cada una), unido mediante un muelle (constante elástica $K = 189$ (7) N/m) a un vibrador mecánico VENTUS (de 0 a 5 kHz) cuya frecuencia se controla desde un generador de funciones Keysight Technologies mod. 33210A, (frecuencia empleada: 3 Hz). El flujo de aire del carril se controla desde un soplador PASCO SF-9216. Este montaje experimental completa el utilizado en un estudio previo de oscilaciones libres y amortiguadas [4], donde se determinó el valor de la constante elástica K a partir de métodos estáticos, colgando una masa del muelle, y se comparó con el valor obtenido a partir de la pulsación de las oscilaciones libres, con una discrepancia inferior al 0,6%.

En la figura 1 se muestra una imagen del montaje experimental diseñado. Sobre la deslizadera del carril cinemático se ha colocado el teléfono móvil (1) que registra las aceleraciones. La deslizadera está unida mediante el muelle (2) al vibrador mecánico (3) que es un oscilador electromagnético cuya frecuencia se establece desde la fuente de alimentación (4). Controlando el caudal de aire suministrado al carril por el soplador (5) se modifica el rozamiento entre este y la deslizadera variando así la magnitud del amortiguamiento de las oscilaciones.

Para visualizar las oscilaciones en el *smartphone*, en primer lugar, obviamente, se ha de instalar la aplicación que registra los datos del acelerómetro. En nuestro caso se utilizó AccelerometerToy® v1.0.10 [6], que ocupa 154 KiB de memoria y puede ser descargada de forma gratuita desde la página de Google Play Store®.

Una vez colocado el teléfono sobre la deslizadera, y sujetado con cinta adhesiva de doble cara, se conecta el generador de aire y se activa el motor oscilador. La frecuencia del vibrador mecánico externo se ha ajustado a un valor cercano al de la oscilación libre del sistema. El movimiento se inicia por medio de un pequeño desplazamiento de la deslizadera respecto a su posición de equilibrio. El teléfono comienza a oscilar, y al cabo de unos segundos observamos que la frecuencia del sistema se sincroniza con la del vibrador mecánico.

Una vez alcanzado el régimen estacionario, se detienen el sistema y el programa. Los datos recogidos por el sensor de aceleración se almacenan en un fichero ASCII, que se puede enviar por correo electrónico, desde el mismo programa, a un ordenador para su posterior tratamiento. El estudio de las vibraciones forzadas con amortiguamiento débil es visualmente impactante y la mera representación gráfica de los datos, ya sea en la pantalla del móvil o en una hoja de cálculo, permite diferenciar las fases transitoria y permanente.

Fundamento teórico

Actuando sobre el vibrador mecánico y el caudal de aire suministrado al carril cinemático, se puede estudiar los diferentes modos de oscilación y comprobar la ecuación de movimiento obtenida a partir de la segunda ley de Newton.

Dado que el carril cinemático se coloca en posición horizontal, son únicamente tres las fuerzas que actúan en la dirección del movimiento.

- En primer lugar, la fuerza que ejerce el muelle, F_m , de valor proporcional a la distancia que separa la deslizadera de su posición de equilibrio:

$$F_m = -Kx \quad (1)$$

donde K es la constante elástica del muelle.

- En segundo lugar, la fuerza disipativa, F_d , debida a la fricción entre la deslizadera y el carril. Su valor se modifica variando el caudal suministrado por el soplador de aire. Si se considera que este se comporta como un fluido viscoso ideal, el valor de la fuerza es proporcional a la velocidad v :

$$F_d = -cv \quad (2)$$

siendo c el coeficiente de amortiguamiento [4].

- Finalmente, el vibrador mecánico aplica una fuerza exterior periódica, F_{ext} , de pulsación Ω que tiene la forma:

$$F_{ext} = F_0 \operatorname{sen} \Omega t \quad (3)$$

donde F_0 es la amplitud de la fuerza.

Considerando estas tres fuerzas en la segunda ley de Newton, se llega a la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \operatorname{sen} \Omega t \quad (4)$$

donde $\omega_0 = \sqrt{K/m}$ es la pulsación libre (no amortiguada) y $\gamma = c/(2m)$ es la constante de amortiguamiento. Puesto que con el smartphone se registra la aceleración, a , conviene derivar respecto al tiempo la ecuación anterior dos veces, resultando

$$\frac{d^2a}{dt^2} + 2\gamma \frac{da}{dt} + \omega_0^2 a = -\frac{F_0 \Omega^2}{m} \operatorname{sen} \Omega t \quad (5)$$

Se trata de una ecuación diferencial de segundo orden, de coeficientes constantes y completa. La solución general es la superposición de la correspondiente a la ecuación homogénea y de una particular de la completa. Matemáticamente, en el caso de un amortiguamiento débil, dicha solución viene dada por:

$$a = A e^{-\gamma t} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) + B \operatorname{sen}(\Omega t + \varphi') \quad (6)$$

El primer sumando es una función transitoria (tiende a cero con el tiempo) y se corresponde con la ecuación de un movimiento amortiguado débil de pulsación $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$. El segundo término es la solución particular de la Ec. (5), y corresponde a una oscilación armónica permanente cuya pulsación coincide con la del vibrador, Ω . Por tanto, el sistema acaba vibrando con la frecuencia de la fuerza exterior excitadora. Los parámetros A y φ vendrán determinados por las condiciones iniciales del sistema y los valores B y φ' por las características del sistema (m, K, c, F_0) y por Ω .

En el dispositivo experimental estudiado, a partir de la masa del conjunto deslizadera + masas + móvil, $m = 0,426$ (0,002) kg, y de la constante elástica del muelle, K , se obtiene una pulsación libre (no amortiguada) $\omega_0 = 21,06(0,39)$ rad/s. El valor de la constante de amortiguamiento depende del caudal de aire suministrado al carril cinemático [4], variando entre 0 y $0,7\text{s}^{-1}$, por lo que la pulsación teórica, ω , solo se reducirá ligeramente. Por otro lado, los valores de B y φ' dependen de la amplitud F_0 del vibrador mecánico que varía con la potencia aportada por la fuente de alimentación.

En la figura 2 se muestran dos casos particulares en los que el motor está parado, por lo que no hay término permanente

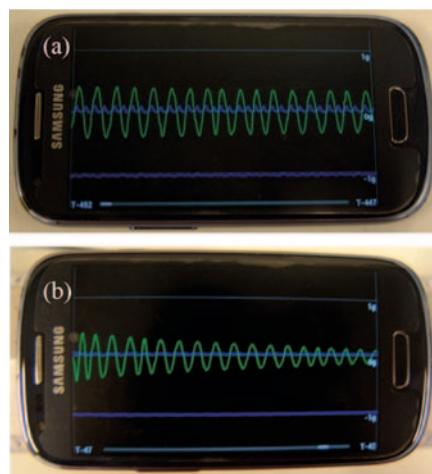


Figura 2. a) Movimiento vibratorio armónico simple. b) Movimiento amortiguado débil.

en la ecuación anterior ($B = 0$). Suministrando un caudal de aire suficiente para poder despreciar la fuerza disipativa ($\gamma = 0$) se obtiene el movimiento armónico simple mostrado en la figura 2a. Si disminuimos ligeramente el caudal de aire, se obtiene el movimiento amortiguado débil de la figura 2b. Estos casos particulares, los hemos caracterizado previamente en la Ref. [4] a partir de los datos proporcionados por el sensor de aceleración en un dispositivo experimental equivalente al mostrado en la figura 1, sin el motor.

Con este dispositivo experimental no es posible caracterizar los casos de amortiguamiento fuerte y amortiguamiento crítico, ya que si se redujera mucho el caudal del aire suministrado al carril, la fuerza disipativa F_d dada por la Ec. 2 se convertiría en una fuerza de rozamiento proporcional a la normal, $F_r = \mu N$, y el sistema ya no vendría gobernado por la ecuación diferencial (4).

Adquisición de datos y análisis de resultados

En este trabajo se analiza el caso de las oscilaciones forzadas con amortiguamiento débil, por la acción de un vibrador mecánico, en el dispositivo mostrado en la figura 1. En primer lugar, se ajustó la potencia del soplador para conseguir un

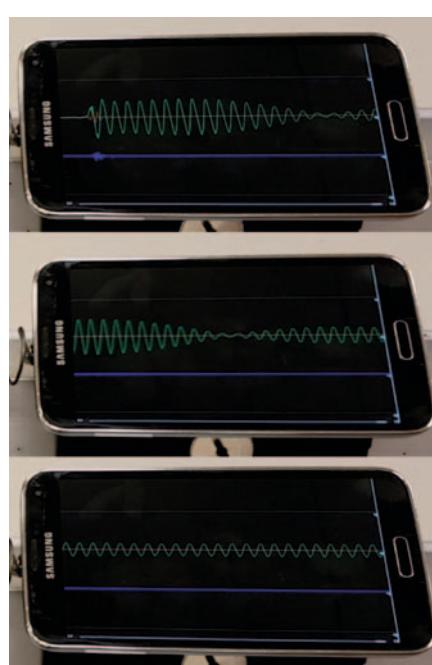


Fig. 3. Movimiento amortiguado forzado: Imágenes correspondientes a los instantes iniciales (parte superior), intermedios (parte media) y finales (parte inferior). Nótese que, una vez pasado el transitorio, el sistema termina en un movimiento armónico simple sincronizado a la frecuencia del vibrador mecánico. La secuencia completa del movimiento se puede ver en el video de la Ref. [7].

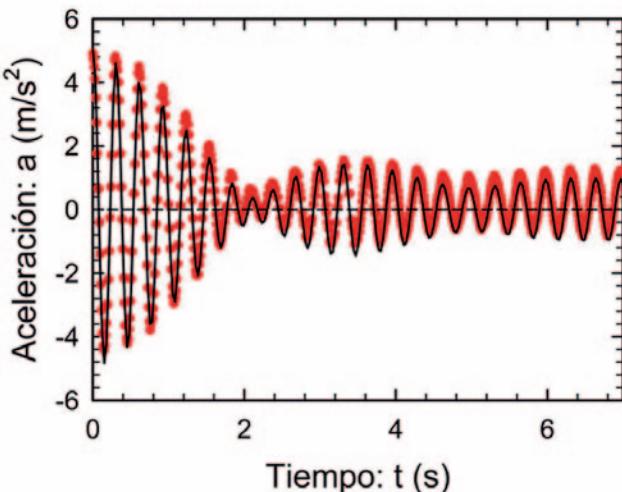


Fig. 4. Datos experimentales (puntos rojos) de la aceleración de un movimiento amortiguado forzado obtenidos con el acelerómetro de un smartphone, y ajuste (línea negra) a la función teórica de la Ec. (6).

rozamiento adecuado y se seleccionó la frecuencia del motor a un valor próximo a la del movimiento libre del sistema. Tras un desplazamiento inicial de la deslizadera, el smartphone comienza a oscilar y, al cabo de unos segundos, podemos comprobar que se sincroniza a la frecuencia del vibrador mecánico. En el movimiento armónico forzado se observan dos fases, una primera transitoria en la que cambia la amplitud, y una segunda estacionaria en la que el sistema mantiene constantes la amplitud y la frecuencia.

La secuencia completa se ha grabado en vídeo y se ha publicado en media.upv.es para que pueda ser empleado como recurso educativo [7]. En la figura 3 se recogen imágenes de dicho vídeo.

Los datos obtenidos con el acelerómetro se han exportado mediante un fichero ASCII para su tratamiento. El programa registra tanto los tiempos como las aceleraciones según los tres ejes de coordenadas. Los valores que nos interesan son los correspondientes al eje longitudinal del teléfono, X . Estos datos experimentales se ajustan por mínimos cuadrados a la Ec. (6) que gobierna la aceleración en un movimiento oscilatorio forzado con amortiguamiento débil. Además de A , B , φ y φ' , que como se ha indicado anteriormente dependen de las características y las condiciones iniciales del problema, se consideró como parámetros de ajuste las pulsaciones ω (correspondiente al término transitorio) y Ω (correspondiente al término estacionario). El ajuste de los resultados experimentales se muestra en la figura 4.

Los valores de los parámetros del ajuste y sus incertidumbres se muestran en la tabla 1. Sabiendo que el vibrador mecánico oscilaba a una frecuencia de 3 Hz obtenemos una pulsación teórica para el término estacionario de $\Omega_T = 2\pi f = 18,849(0,007)$ rad/s. Comparando este valor con la frecuencia del vibrador mecánico obtenido con el ajuste, resulta una discrepancia de $D(\%) = (\Omega - \Omega_T)/\Omega_T = 0,4\%$, valor reducido que se explica gracias a la precisión del experimento. De igual forma, el coeficiente de correlación también es muy próximo a la unidad.

Otra forma de analizar los resultados obtenidos es a partir de la constante elástica del muelle. Con los parámetros

Tabla 1: Valores e incertidumbres de los parámetros ajustados.

Parámetros ajustados	
A (m/s ²)	4,62 (0,06)
ω (rad/s)	20,85 (0,01)
φ (rad)	1,32 (0,02)
γ (s ⁻¹)	0,61 (0,01)
B (m/s ²)	0,91 (0,02)
Ω (rad/s)	18,777 (0,008)
φ' (rad)	-0,64 (0,04)
R^2	0,9899

del ajuste ω_{exp} y γ se puede obtener la pulsación libre (no amortiguada) $\omega_0^{exp} = \sqrt{\omega_{exp}^2 + \gamma^2} = 20,859$ (0,010) rad/s. A partir de este valor se calcula la constante elástica del muelle experimental $K_{exp} = m(\omega_0^{exp})^2 = 185,35$ (0,18) N/m, valor que comparado con la constante teórica del muelle $K = 189$ (7) N/m supone una discrepancia de 1,9 %.

Conclusiones

Con el desarrollo del presente trabajo se ha demostrado que los smartphones, haciendo uso de su sensor de aceleración, pueden ser utilizados en el estudio cuantitativo de todo tipo de oscilaciones, incluidas las forzadas. El objetivo fundamental de este tipo de iniciativas es la divulgación de estos elementos de desarrollo tecnológico y social en el trabajo experimental del laboratorio [8]. En concreto, la presente experiencia está enfocada a los alumnos de los primeros cursos de universidad. También es una experiencia que los profesores de física pueden plantear como un reto de aprendizaje a alumnos brillantes de Bachillerato, como por ejemplo los que están cursando el Bachillerato de Excelencia o los que se están preparando para la Olimpiada de Física.

Referencias

- [1] P. VOGT y J. KUHN, "Analyzing free fall with a smartphone acceleration sensor", *Phys. Teach.* 50 (2012) 182.
- [2] J. CHEVRIER, L. MADANI, S. LEDENMAT y A. BSIESY, "Teaching classical mechanics using smartphones", *Phys. Teach.* 51 (2013) 376.
- [3] J. KUHN y P. VOGT, "Smartphones as experimental tools: different methods to determine the gravitational acceleration in classroom physics by using everyday devices", *Eur. J. Phys. Educ.* 4 (2013) 16.
- [4] J. C. CASTRO-PALACIO, L. VELAZQUEZ-ABAD, M. H. GIMENEZ y J. A. MONSORIU, "Using a mobile phone acceleration sensor in physics experiments on free and damped harmonic oscillations", *Am. J. Phys.* 81 (2013) 472.
- [5] L. TUSER-SANCHIS, J. C. CASTRO-PALACIO, J. A. GÓMEZ-TEJEDOR, F. J. MANJÓN y J. A. MONSORIU, "The study of two-dimensional oscillations using a smartphone acceleration sensor: example of Lissajous curves", *Phys. Educ.* 50 (2015) 580.
- [6] https://play.google.com/store/apps/details?id=pearson.accelerometer_toy&hl=es
- [7] <https://media.upv.es/player/?id=cf765de0-a83a-11e7-9479-7d8be53aecf3>
- [8] <https://smartphysics.webs.upv.es/>