

Notas de clase

Una pizarra en la que intercambiar experiencias docentes

¿Son tan raros los números cuánticos? Una manera de introducirlos mediante analogías con ondas clásicas

José Adrián Castelo Martínez

IES "Izpisúa Belmonte", Dpto. de Física y Química,
Hellín, Albacete



Me parece que lo esencial es que en la prescripción cuántica ya no aparece la enigmática "exigencia de números enteros", sino que esta ha sido rastreada un paso más atrás: su fundamento radica en el hecho de que una cierta función espacial es finita y univaluada.

ERWIN SCHRÖDINGER [1]

Introducción

Es innegable que los inicios en la física cuántica son, cuando menos, poco intuitivos. Esto se maximiza al transmitirla a un alumnado poco maduro matemáticamente y con unos cimientos sobre el comportamiento de sistemas físicos y químicos aún por asentar.

En los libros de física y química de secundaria y bachillerato podemos encontrar acercamientos a la física cuántica ya no solo poco acertados, sino a menudo erróneos. Ejemplos comunes incluyen definiciones como que "un orbital atómico es la zona del espacio en la que hay mayor probabilidad de encontrar a un electrón con determinada energía" (lo que, en un espacio tridimensional, nos dejaría con superficies bidimensionales); que "los orbitales p_x , p_y o p_z están asociados a los valores del número cuántico m_l " (cuando estos orbitales no son autoestados del operador L_z); o el ya casi *meme* de que el espín representa el giro (horario o antihorario) del electrón sobre sí mismo (una partícula puntual girando sobre sí misma, algo que para nada va a hacer sospechar a nuestros alumnos de la veracidad de los conocimientos que les impartimos).

Sin embargo, lo que más puede desconcertar a un alumno al estudiar la estructura atómica es lo siguiente: ¿por qué, si los sistemas físicos estudiados hasta ahora se describen con variables continuas, los átomos requieren variables discretas, a saber, los números cuánticos?

Durante años, nuestros estudiantes han analizado cómo unas variables continuas dependen de otras: cómo la posición o la velocidad de un móvil dependen del tiempo; cómo se relacionan presión, volumen y temperatura en los gases;

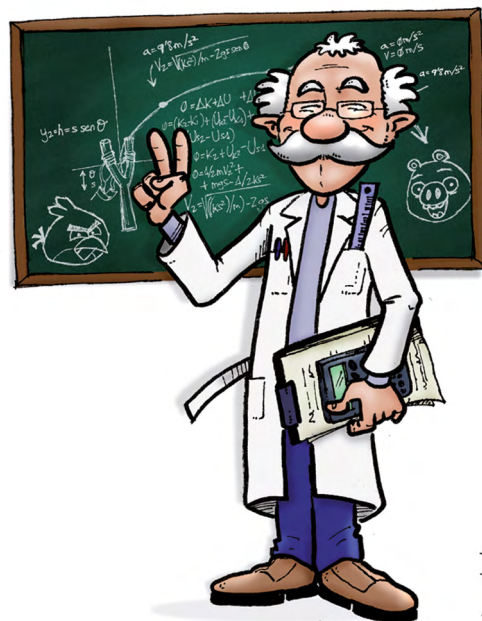


Ilustración por gentileza de
Alberto García Gómez (albertogg.com).

o cómo la temperatura de un material varía con el calor transferido. De repente, y sin el tiempo necesario (debido al extenso currículo), se les introduce una descripción de la materia basada en variables discretas. Esto dificulta establecer conexiones con los conocimientos previos, obstaculizando el aprendizaje significativo.

La extraña "cuantización" de la materia fue precisamente lo que, en 1926, motivó a Erwin Schrödinger [1] a buscar el origen de los números cuánticos de forma más coherente para los físicos: mediante ecuaciones diferenciales aplicadas a ondas (de materia) y condiciones de contorno. Este enfoque, hoy conocido como mecánica cuántica ondulatoria, contrastaba con la abstracta mecánica matricial desarrollada por Heisenberg, Born y Jordan. Como señala la cita al inicio del artículo, Schrödinger quería que los números cuánticos surgieran de forma natural (lo que para los físicos de la época significaba a partir de una ecuación diferencial y condiciones de contorno).

Una forma de introducir esta discretitud es a través del estudio de espectros atómicos [2] (como de hecho ocurrió históricamente). Sin embargo, este artículo propone una línea de razonamientos y analogías que permita a los alumnos conectar la estructura atómica con sistemas conocidos, donde también aparecen la cuantización y la incertidumbre.

Pues en el fondo, el origen de los números cuánticos para describir el estado de los electrones en los átomos tiene su origen en su, en última instancia, comportamiento ondulatorio.

Del descubrimiento del electrón al modelo de Bohr

En 1897, J. J. Thomson descubrió el electrón, marcando el inicio de la búsqueda de un modelo para los átomos, que hasta entonces se consideraban partículas indivisibles y sin estructura interna.

En los institutos, lo más práctico es seguir el desarrollo histórico (aunque con ciertas precauciones [3]) hasta llegar al primer modelo cuántico:

- Thomson descubrió que el electrón era casi 2000 veces más ligero que el átomo más pequeño conocido, lo que le llevó a pensar que formaba parte de estos. Así, propuso el modelo del "puddín de pasas", donde los electrones estaban incrustados en una masa positiva formando los átomos.
- Los experimentos de dispersión de partículas alfa con láminas de oro, realizados por Rutherford y sus colabo-

radores, mostraron que casi toda la masa del átomo se concentra en un núcleo positivo, con los electrones orbitando a gran distancia por atracción coulombiana, similar a un sistema planetario.

- El modelo planetario es inestable, ya que los electrones, al estar acelerados, deberían irradiar energía, perder velocidad y colapsar en el núcleo. Además, no explicaba los espectros discretos de los gases excitados, que los químicos estudiaban desde hacía décadas.
- Niels Bohr propone que las energías disponibles a los electrones pertenecen a un conjunto *discreto* de energías. En estos estados, los electrones no radiarían y los átomos serían estables.

¡Por fin aparece el primer modelo propiamente cuántico!

En el modelo de Bohr, válido únicamente para átomos hidrogenoides, el electrón puede hallarse en cualquier nivel de una serie de niveles cuantizados de energías $E_n = -13,62 Z^2 \text{eV}/n^2$, donde Z es el número atómico y $n \in \mathbb{N}$ etiqueta el nivel energético del electrón. Hemos pasado de describir el estado de las partículas con variables continuas (posición, velocidad, tiempo) a hacerlo con variables discretas (nivel energético).

Pero ¿es eso tan raro? ¿Etiquetar estados físicos con variables discretas es algo exclusivo de la física cuántica?

En la física clásica también etiquetamos estados

Nuestros alumnos también han de estudiar en el instituto un sistema físico que viene descrito por variables discretas: las ondas estacionarias.

En la asignatura de física de 2.º de Bachillerato, por ejemplo, estudiarán cómo se generan ondas estacionarias en instrumentos musicales, como cuerdas atadas por ambos extremos (guitarras o violines) o columnas de aire con diferentes configuraciones (un extremo cerrado y otro abierto, como en el saxofón, o ambos abiertos, como en la flauta travesera). En estas situaciones, solo se establecen las ondas que “encajan” en el instrumento, es decir, aquellas cuya longitud de onda cumple ciertas condiciones respecto al tamaño del sistema. Esto selecciona un conjunto discreto de ondas posibles, llamadas armónicos, cuyas frecuencias son múltiplos de una frecuencia fundamental: $f_n = n f_0$, $n \in \mathbb{N}$.

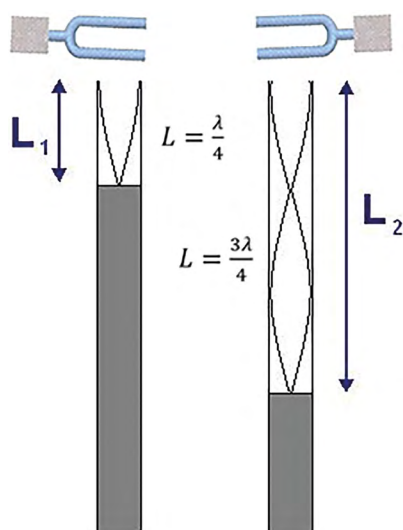


Fig. 1. Montaje para el establecimiento de ondas estacionarias en una cubeta con agua en su interior en la que se puede regular la altura de la columna de aire.

Así, el “estado ondulatorio” de la onda, aunque de naturaleza continua, se describe con variables discretas.

Es interesante no limitarse a la teoría y mostrar a los alumnos cómo se generan los armónicos en clase. Una actividad sencilla consiste en utilizar una probeta con agua para amplificar el sonido de una onda con la frecuencia adecuada (y sus múltiplos impares en este caso, ya que tenemos un extremo abierto y otro cerrado). Podemos usar un móvil con una aplicación de generación de tonos puros (como Physics Toolbox) o un diapasón. Con el móvil, basta ajustar la frecuencia deseada; con el diapasón, tendremos que modificar la altura de la columna de aire hasta encontrar el armónico correspondiente (ver figura 1). Es fascinante ver cómo un sonido inicialmente casi inaudible se amplifica enormemente al establecerse una onda estacionaria.¹

En el caso de sistemas unidimensionales (como una onda confinada en una cuerda o en un tubo de aire) solo necesitamos un número natural para etiquetar los estados ondulatorios. Pero bajo esta base, les será casi natural asimilar que para ondas estacionarias en dos dimensiones necesitaremos dos números naturales. Podemos ilustrarlo con animaciones accesibles en Wikipedia o con vídeos que muestran patrones de sal sobre una placa metálica conectada a un generador sinusoidal.

Siguiendo esta lógica, los alumnos podrán comprender que para ondas tridimensionales se necesitan tres números enteros para describir sus estados.

Llegados a este punto, surge inevitablemente la pregunta: ¿qué relación tiene todo esto con los electrones, esas (por ahora) pequeñas “bolitas” que orbitan el núcleo del átomo?

De partículas a ondas

Si seguimos el hilo histórico, tras el modelo de Bohr, el siguiente hito relevante para nuestra propuesta es la introducción de la dualidad onda-corpúsculo por Louis de Broglie.

En 1905, un joven Albert Einstein, inspirado por los avances de Max Planck, propuso que las ondas electromagnéticas podían entenderse como un conjunto de partículas que más adelante el químico Gilbert Lewis bautizaría como fotones.

Las asimetrías en la naturaleza son llamadas de atención para los físicos, y de Broglie respondió a esta: ¿qué tenían de especial los fotones para ser los únicos entes cuya naturaleza era dual?

De Broglie extendió esta idea al resto de partículas y, en su tesis doctoral, sugirió comprobarlo mediante un experimento de difracción de electrones, llevado a cabo más tarde en 1927 por Davisson y Germer, quienes confirmaron su propuesta.

Podemos acercar este concepto a los alumnos mediante el famoso experimento de la doble rendija (figura 2), una versión simplificada de la difracción de electrones. Aquí, seguir el enfoque de Richard Feynman en sus *Lectures on Physics* [4] puede ser muy útil, ya que introduce la idea de que los electrones no son ondas en un sentido clásico, sino que su

¹ Otra experiencia mecánica que se puede ligar con la cuántica es la resonancia entre dos diapasones, donde los alumnos pueden ver que la absorción de frecuencias concretas por un sistema físico es algo que también ocurre en física clásica, no solo en cuántica.

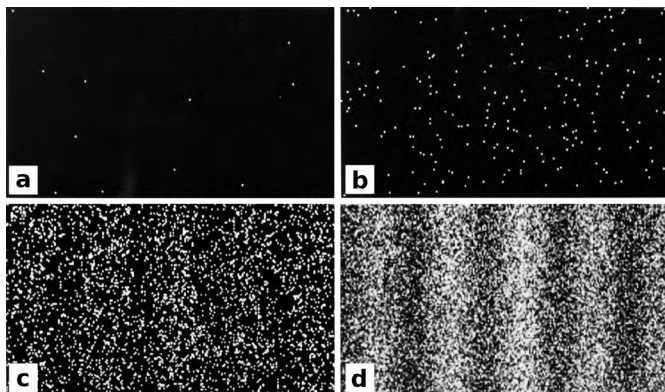


Fig. 2. Secuencia en la que se muestra el patrón de interferencia del experimento de la doble rendija lanzando electrón a electrón [5].

comportamiento viene determinado por una función de onda probabilística.

Vista esta naturaleza ondulatoria, la conexión con el modelo de Bohr surge de forma natural. Los electrones solo pueden oscilar con longitudes de onda que “encajen” en sus órbitas, cumpliendo la condición $2\pi r = n\lambda$, con r la distancia del electrón al núcleo y λ la longitud de onda del electrón. Usando la relación propuesta por de Broglie, $\lambda = h/p$, esta ecuación nos devuelve la condición del modelo de cuantización del momento angular del modelo de Bohr $L = n\hbar$.

El uso de algún simulador interactivo también se muestra interesante para que los alumnos visualicen esto (figura 3).

Matter Wave and de Broglie's Atomic Model

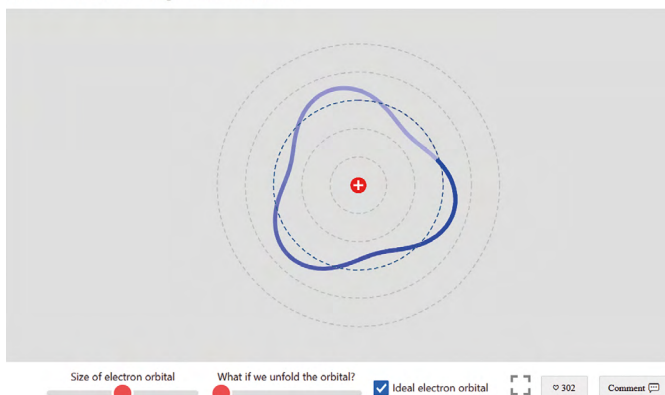


Fig. 3. Simulación que nos permite mostrar a nuestros alumnos cómo solo interfieren constructivamente consigo mismo los electrones que cumplen cierta relación entre su longitud de onda y el tamaño de la órbita (Enlace: https://javalab.org/en/matter_wave_en/).

A partir de aquí, resulta más sencillo para los alumnos asimilar que el estado ondulatorio de los electrones atrapados por el núcleo, igual que nuestras ondas confinadas en una probeta, debe describirse (*etiquetarse*) mediante números enteros. Sin embargo, los electrones no son ondas unidimensionales ni bidimensionales: son ondas tridimensionales, por lo que necesitamos tres números enteros (n , l y m_l) para describir su estado.

Esta necesidad de funciones de onda tridimensionales está directamente relacionada con el principio de incertidumbre de Heisenberg. Las ondas que describen partículas en física cuántica comparten propiedades con las ondas clásicas:

- Si conocemos con precisión su momento, desconocemos su posición por completo (como en una onda plana).

- Si conocemos con precisión su posición, desconocemos su momento (como en un paquete de ondas muy localizado).

Nuestros alumnos llegan incluso a usar el famoso $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$. Este principio explica por qué los electrones no pueden ser ondas en una ni dos dimensiones (en un espacio tridimensional). Por ejemplo, si un electrón estuviera confinado al plano xy , conoceríamos con precisión su velocidad en la dirección Z ($v_z = 0$), lo que imposibilitaría conocer su posición en Z . Como resultado, el electrón no podría permanecer confinado en dicho plano.

Por lo tanto, teniendo accesibles tres dimensiones espaciales, los electrones han de comportarse como ondas tridimensionales. Cuando están sujetos a la atracción del núcleo, su estado puede describirse mediante funciones de onda tridimensionales que, aunque continuas en sí mismas, se etiquetan mediante números enteros.

Conclusiones

En este artículo hemos propuesto un enfoque para presentar la estructura atómica a los estudiantes de bachillerato, conectándola con ejemplos de sistemas que ya conocen. El objetivo es hacer que la aparición de números enteros, como los que describen al electrón como onda confinada al átomo, les resulte natural.

Una primera traba con la que nos podemos encontrar es que, en el currículo, la estructura atómica se aborda en detalle en la asignatura de química de segundo curso de bachillerato, mientras que en física se cubre principalmente la teoría cuántica antigua (de 1900 a 1925). Esto puede hacer que este enfoque sea más útil en química, pero también podría verse limitado por la falta de conocimientos previos en física, especialmente porque no todos los estudiantes cursan ambas asignaturas simultáneamente.

Por otro lado, entender los electrones como ondas tridimensionales confinadas por la atracción del núcleo nos permite ver de forma intuitiva la necesidad de tres números enteros para describir su estado: n , l y m_l . Sin embargo, en bachillerato también es necesario introducir el concepto de espín en relación con el principio de exclusión de Pauli para estudiar átomos multielectrónicos. En este caso, nuestra analogía queda limitada, algo que no es sorprendente, dado que el espín no puede explicarse completamente con la mecánica cuántica no relativista, sino que requiere de la teoría cuántica de campos.

Referencias

- [1] E. SCHRÖDINGER, Quantisierung als Eigenwertproblem, *Annalen der Physik* **79**, 361 (1926).
- [2] J. M. TORREGROSA *et al.*, La enseñanza problematizada de la física cuántica en el nivel introductorio. Una propuesta fundamentada. *Revista de Enseñanza de la Física* **28**, 77 (2016).
- [3] J. SOLBES MATARREDONA y V. SINARCAS GRANELL, Utilizando la historia de la ciencia en la enseñanza de los conceptos claves de la física cuántica. *Didáctica de las ciencias experimentales y sociales* **23**, 123 (2009).
- [4] R. P. FEYNMAN, R. B. LEIGHTON, y M. SAND, *Física* (Fondo Educativo Interamericano, 1972).
- [5] A. TONOMURA *et al.*, Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. *American Journal of Physics* **57**, 117 (1989).