

amplitudes tengan la misma dirección y sentido, el módulo del vector suma tendrá el mayor valor posible, la densidad de probabilidad será máxima y se tendrá un máximo de luz (como, evidentemente, ocurre en el punto central de la pantalla, que equidista de ambas rendijas). En cambio, cuando los tiempos de ambos caminos sean tales que los vectores tengan la misma dirección y sentido contrario, se tendrá un mínimo de luz. De esta forma, considerando todas las situaciones intermedias, queda descrita la figura de interferencia.

Para finalizar esta breve introducción a la teoría cuántica proponemos hacer énfasis en que la electrodinámica cuántica, que implementa el modelo fotónico de la luz, tiende, en el límite de un número muy grande de fotones por unidad de frecuencia, a la electrodinámica clásica de Maxwell, que es la teoría efectiva macroscópica subyacente en el modelo ondulatorio clásico de la luz.

## 5. Epílogo

Después de que los estudiantes de Bachillerato constatan el fracaso del modelo ondulatorio clásico de la luz para explicar algunos procesos físicos que requieren la consideración de interacciones a nivel microscópico entre luz y materia, es habitual introducir en clase un modelo de la luz en términos de fotones y limitar su aplicación a explicar algunas características de esos procesos físicos particulares.

En este artículo hemos mostrado que este modelo, combinado con otros conocimientos adquiridos previamente, proporciona una descripción microscópica general, a nivel cualitativo, de los procesos en que interviene la luz. También hemos visto que, para tener una descripción completa, se requiere la implementación del modelo hacia la teoría cuántica de la luz, o electrodinámica cuántica, que sí es capaz de explicar en forma cuantitativa todos los procesos con luz conocidos experimentalmente, así como de predecir los resultados de otros que se puedan diseñar en el laboratorio. Hemos incluido una breve introducción a la descripción probabilística de la luz en esta teoría, para que los estudiantes puedan entender su significado y saber que de ella se deriva, en el límite de un número muy grande de fotones por unidad de frecuencia, la descripción del modelo ondulatorio clásico.

## Agradecimientos

P. G. agradece la financiación de la Conselleria de Innovacion, Universidades, Ciencia y Sociedad Digital, de la Generalitat Valenciana mediante el proyecto GVA PROMETEO/2021/083, la del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades junto con la Agencia Estatal de Investigación, MCIU/AEI/10.13039/501100011033, mediante el proyecto Severo Ochoa CEX2023-001292-S y la de la Unión Europea mediante la EU Horizon 2020 Grant No. 824093 (STRONG-2020).

## Referencias

- [1] Th. YOUNG, The Bakerian Lecture: On the theory of light and colors, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **92**, 12 (1802).
- [2] G. I. TAYLOR, Interference fringes with feeble light, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **15**, 114 (1909).
- [3] T. L. DIMITROVA y A. WEIS, The wave-particle duality of light: A demonstration experiment, *American Journal of Physics* **76**, 137 (2008).
- [4] P. GONZÁLEZ MARHUENDA, *La Naturaleza de la Luz* (PUV, 2018).

# Cúbits para tocar con las manos

Jorge Pérez-Bailón

Instituto de Nanociencia y Materiales de Aragón (INMA), CSIC-Universidad de Zaragoza



Fernando Luis

Instituto de Nanociencia y Materiales de Aragón (INMA), CSIC-Universidad de Zaragoza



María José Martínez-Pérez

Instituto de Nanociencia y Materiales de Aragón (INMA), CSIC-Universidad de Zaragoza



La computación cuántica está cada vez más cerca de volverse una realidad, pero al mismo tiempo se aleja de la comprensión de la sociedad. Con nuestros cúbits “para tocar con las manos”, podremos explicar de manera tangible conceptos como la teleportación cuántica y las desigualdades de Bell.

**P**arecía realmente lejano y, sin embargo, la posibilidad de ver funcionar un ordenador cuántico tolerante a fallos va tomando forma. En paralelo, también avanza el desarrollo de algoritmos que muestren ventaja cuántica, intentando encontrar aplicaciones que impacten en la sociedad. Gracias a esta tecnología, es posible que en el futuro podamos realizar predicciones financieras, optimizar procesos logísticos, encriptar información segura, simular materiales que aprovechen mejor la energía o diseñar medicamentos a la carta. La sociedad necesita estar preparada para ese momento y ser consciente de sus implicaciones en seguridad y soberanía. El reto es hacer la mecánica cuántica accesible a todo el mundo, sin necesidad de que tengan un grado en física, y hacerlo de modo sencillo, enfatizando la importancia que esta segunda revolución cuántica tendrá sobre nuestras vidas.

Nuestro objetivo es explicar nociones básicas de computación y comunicación cuántica a la sociedad. Para ello, hay dos conceptos básicos con los que se suele comenzar: la superposición y el entrelazamiento. Sin embargo, la descripción matemática de estos estados no suele ser apta para todos los públicos. Esto hace difícil transmitir su significado profundo, cayendo en tópicos como “las partículas pueden estar en dos sitios a la vez”. Además, aun suponiendo que hemos sido capaces de transmitir estos conceptos de manera eficaz, nos enfrentamos a otro reto mayúsculo: describir un algoritmo cuántico [1].

Revisemos, por ejemplo, la secuencia necesaria para hacer teleportación cuántica [2] resumida en la figura 1. Alice tiene

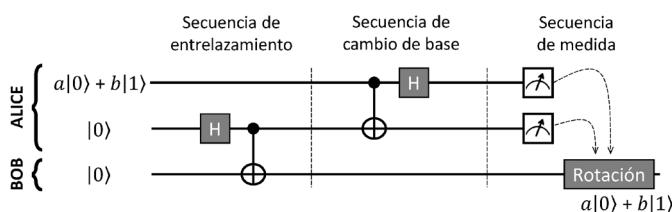


Fig. 1. Algoritmo de teleportación cuántica.

un cuábito en estado  $P = a|0\rangle + b|1\rangle$ , donde los coeficientes complejos  $a$  y  $b$  definen un punto, de entre infinitos posibles, en la superficie de la esfera de Bloch (ver nota final). Alice quiere hacer llegar este estado a Bob. Primero, Alice y Bob comparten dos cuábitos que combinan en un estado de máximo entrelazamiento  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ . A continuación, Alice realiza un cambio de base en el cuábito de Bob. Para ello, aplica a sus cuábitos una puerta cuántica CNOT seguida de una puerta Hadamard. Posteriormente, Alice mide sus dos cuábitos, obteniendo cuatro posibles resultados clásicos: 00, 01, 10 y 11. Esta información es enviada a Bob por un canal clásico. Dependiendo del resultado, Bob aplica a su cuábito una rotación sobre un eje determinado. Como resultado, el cuábito de Bob se encuentra en el estado  $P = a|0\rangle + b|1\rangle$  mientras que el estado original del cuábito de Alice ha sido destruido. Esta explicación se le atraganta a cualquiera. El hecho es que hay un abismo de complejidad entre “los conceptos de superposición y entrelazamiento” y un “algoritmo cuántico”.

### Los cuábitos

¿Es posible explicar esto de manera accesible? Para ello, hemos creado un demostrador práctico con dos elementos. El primero es un *software* gráfico donde podemos visualizar los cuábitos como un vector en una circunferencia (versión reducida de la esfera completa de Bloch, ver nota final). El estado fundamental  $|0\rangle$  corresponde a la flecha apuntando hacia arriba y el estado excitado  $|1\rangle$  a la flecha apuntando hacia abajo. El segundo elemento son una serie de cuábitos físicos o átomos artificiales gigantes que podremos tocar con las manos. Cada cuábito físico es una bola cerrada de un color determinado cuyo estado se mantiene oculto hasta que la abrimos, tal y como sucede con un cuábito real. Abrir equivale a hacer una medida proyectiva y da como resultado una bombilla apagada (0) o encendida (1).

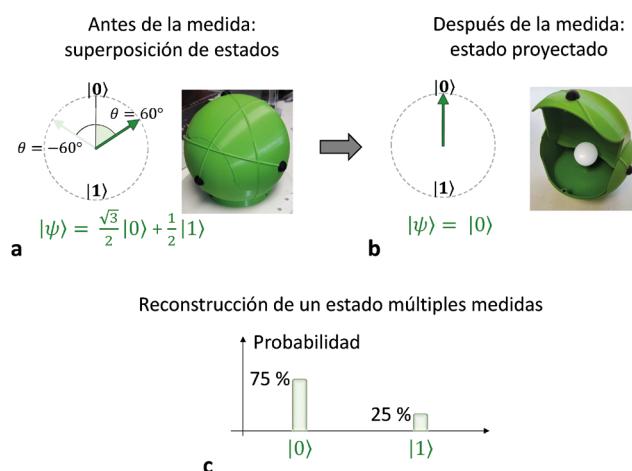


Fig. 2. (a) Cúbito en estado superposición en la base arriba/abajo. (b) Tras abrir la bola, el estado de la flecha se proyecta arriba o abajo con probabilidad  $\cos^2(\theta/2) = 0,75$  y  $\sin^2(\theta/2) = 0,25$ , respectivamente. (c) Realizando múltiples medidas estadísticas puede reconstruirse el estado superposición.

### Preparando el terreno

Comenzaremos explicando el concepto de *superposición*. Un cuábito en un estado superposición corresponde a la flecha apuntando en una dirección de la circunferencia distinta de arriba/abajo, definida únicamente por el ángulo  $\theta$ . El estado se puede describir como  $|\psi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + \sin(\theta/2)|1\rangle$ . A modo de ejemplo, la figura 2a muestra un cuábito en un estado definido por  $\theta = 60^\circ$ . Aquí es donde entran en juego nuestros cuábitos físicos. El cuábito permanecerá cerrado, almacenando en su interior el correspondiente estado superposición hasta que realicemos una medida. La medida será efectuada abriendo el cuábito físico (figura 2b). Al hacerlo, observaremos una bombilla apagada (con probabilidad  $\cos^2(\theta/2)$ ) o encendida (con probabilidad  $\sin^2(\theta/2)$ ). A la vez que esto sucede, el *software* mostrará la correspondiente flecha que habrá sido proyectada hacia arriba o hacia abajo.

Una vez comprendida la superposición, podemos introducir puertas lógicas cuánticas de un cuábito. Por ejemplo, la versión reducida de Hadamard, limitándonos a su parte real (figura 3a). Esta puerta equivale a una rotación horaria de  $90^\circ$  tal que el estado  $|0\rangle$  se transforma en el estado  $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$ . Por otra parte, un giro de  $180^\circ$  en sentido horario correspon-

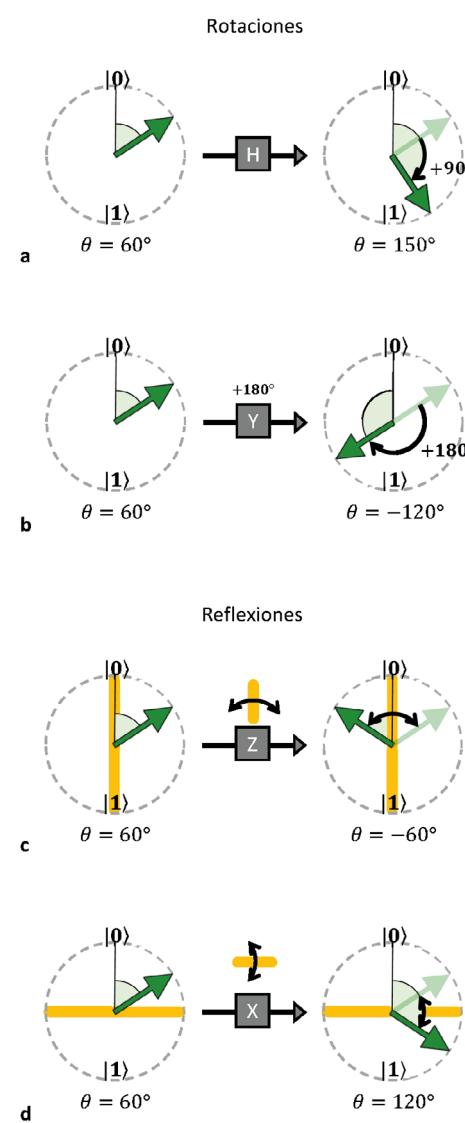


Fig. 3. Puertas lógicas de un cuábito. (a) Hadamard, (b) Rotación de  $180^\circ$  o puerta Y. (c) Reflexión sobre el eje arriba/abajo o puerta Z. (d) Reflexión sobre el eje izquierda/derecha o puerta X.

derá a la puerta Y. Además, será útil introducir las puertas espejo, que reflejan la dirección de la flecha sobre el eje arriba/abajo (puerta Z) o sobre el eje izquierda/derecha (puerta X). La razón de estos nombres (X, Y, Z) será evidente cuando utilicemos la esfera completa de Bloch (véase la nota final).

A continuación, introduciremos el segundo ingrediente de la computación cuántica: el *entrelazamiento*. Para ello, necesitaremos un mínimo de dos cúbites. El entrelazamiento se puede crear, por ejemplo, usando la puerta cuántica CNOT [3]. El funcionamiento de esta puerta es fácil de entender en los casos más sencillos que aparecen en la tabla 1. Cuando el cúbite control está en estado  $|1\rangle$ , el cúbite *target* invertirá su estado. Sin embargo, si el cúbite de control está en estado  $|0\rangle$ , el otro permanecerá inalterado.

Tabla 1. Casos particulares de la aplicación de una puerta CNOT.

Estado inicial		Estado final tras CNOT	
Control	Target	Control	Target
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	0

Hasta aquí la explicación es sencilla, pero si el cúbite de control se encuentra en un estado superposición, el resultado será una combinación de probabilidades tal que su estado conjunto no puede describirse como un producto de estados individuales (figuras 4a y b). El *software* permite elegir los estados iniciales de los cúbites como flechas dentro de una circunferencia, pudiendo medir individualmente cada uno de ellos para comprobar que su comportamiento es independiente el uno del otro. Una vez aplicada la CNOT, el estado resultante no podrá ser representado mediante flechas, pero sí mediante su correspondiente ecuación matemática. Al hacer esto usando los cúbites físicos, una luz roja se encenderá, indicando que ambos

han sido entrelazados. Al abrir uno de ellos, el entrelazamiento será destruido y el estado del segundo cúbite quedará fijado (figura 4c). Esto se visualizará en el *software* con la proyección de ambas flechas. En este caso, el simulador permite acercar la idea de que un estado entrelazado se define por las correlaciones, no por estados de cada cúbite individual, y explicar que los estados por los que transcurre una computación cuántica codifican la información de forma radicalmente diferente a como lo hace un ordenador convencional.

Hasta aquí, el demostrador nos ha servido para realizar una explicación bastante típica de superposición y entrelazamiento. Sin embargo, a partir de ahora podremos explorar en profundidad estas nociones, usando herramientas únicas.

### Medidas y cambios de base

Inicializaremos nuestro cúbite en un estado superposición cualquiera. Es importante destacar que existen infinitos estados superposición posibles, tantos como puntos hay en la circunferencia. Sin embargo, la medida del cúbite solo nos proporcionará *dos* posibles resultados (bombilla apagada o encendida). Entonces, ¿cómo podemos recuperar la información completa del estado? La respuesta es: realizando múltiples medidas. Para demostrar esto, el usuario podrá abrir y cerrar el cúbite físico varias veces. Cada uno de estos procesos corresponde a un experimento diferente. Es decir, al cerrar el cúbite, este vuelve al estado superposición. Al abrirlo sucesivas veces, el *software* mostrará los resultados obtenidos en un gráfico (figura 2c y figura 4c). Haciendo suficientes medidas, podremos tener una estimación razonable de las probabilidades y, por tanto, del ángulo  $\theta$ .

Nos enfrentamos ahora con un primer problema: no podremos distinguir entre estados con ángulos positivos y negativos, ya que ambos resultarán en las mismas probabilidades  $\cos^2(\theta/2)$  y  $\sin^2(\theta/2)$  (véase la figura 1). Para poder caracterizar bien nuestro cúbite necesitaremos realizar un cambio de base. Por simplicidad, hasta ahora solo hemos utilizado la base arriba/abajo ( $\uparrow$ ) pero el *software* también permite hacer medidas proyectivas en otras bases, que podemos elegir a voluntad. La nueva base será representada por el programa como una línea en la circunferencia sobre la que se proyectará el estado de la flecha, por ejemplo, la base izquierda/derecha ( $\leftrightarrow$ ). El resultado final de la medida sobre el cúbite físico será siempre una bombilla encendida/apagada, pero el cambio de base alterará las probabilidades (figura 5). De hecho, bajo el cambio de base apropiado, nuestro estado superposición se convertirá en un estado puro y así podremos demostrárselo a la audiencia.

En este proceso se pone de manifiesto una de las claves de la computación cuántica: el estado de un cúbite no se describe mediante simples probabilidades, sino mediante *amplitudes de probabilidad*. A diferencia de las probabilidades, que siempre son positivas, las amplitudes de probabilidad pueden ser tanto positivas ( $+\frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle\uparrow$ , como en el ejemplo de la figura 5a) como negativas ( $-\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle\uparrow$ ). Este hecho permite que tengan lugar fenómenos de interferencia, ya sea constructiva o destructiva. En el citado ejemplo, los términos que dan lugar al estado  $|0\rangle\leftrightarrow$  interfieren de forma constructiva mientras que aquellos que generan  $|1\rangle\leftrightarrow$  interfieren destructivamente. Como resultado, se obtiene un estado puro (figura 5b).

El segundo problema que enfrentamos es que, en un experimento real, no podremos *rotar la base* de medida. Para

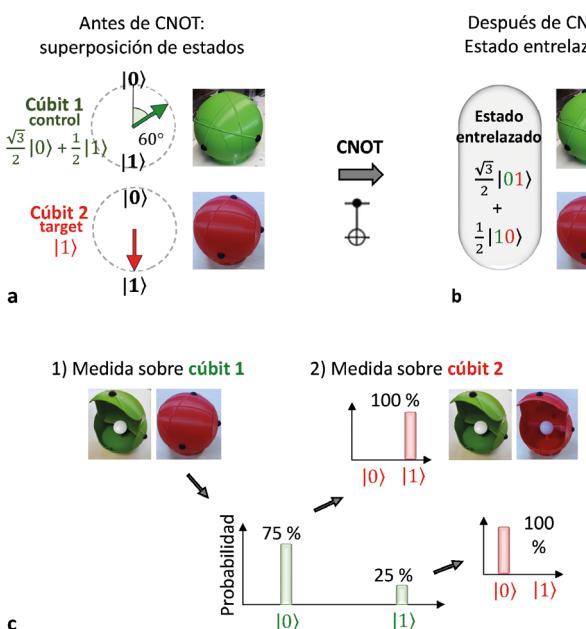


Fig. 4. Estado de dos cúbites antes (a) y después (b) de usar la puerta CNOT, como indica la luz led roja. (c) Caracterización experimental del estado obtenido en (b). Primero medimos el cúbite verde obteniendo 0 o 1 con probabilidad del 75 % y 25 %, respectivamente. Dependiendo del resultado, el estado del cúbite rojo quedará determinado con probabilidad 100 %.

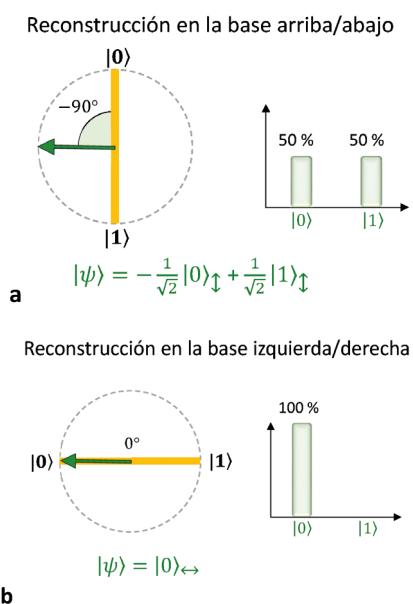


Fig. 5. Cambios de base. Las flechas en (a) y en (b) apuntan en la misma dirección, pero las probabilidades cambian si operamos en la base arriba/abajo (a) o en la base izquierda/derecha (b). Además, nótese que el estado superposición en la base arriba/abajo se transforma en un estado puro en la base izquierda/derecha.

solucionar esto nos bastará con *rotar el estado*. Si, por ejemplo, queremos cambiar de la base arriba/abajo a la base izquierda/derecha, bastará aplicar una puerta Hadamard y hacer las medidas con normalidad. Con todos estos ejemplos podremos mostrar el proceso real de tomografía de un cíbit en un protocolo de medida realista.

### Desigualdades de Bell

Podremos introducir los experimentos de Bell [4]. Tomaremos dos cíbits  $|0\rangle$  y aplicaremos una puerta de Hadamard seguida de una CNOT para obtener un estado de Bell (también llamado de máximo entrelazamiento, como hicieron Alice y Bob en la secuencia de teleportación) como, por ejemplo,  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ . Dos personas de la audiencia podrán realizar medidas en sendos cíbits, eligiendo al azar entre tres posibles bases, por ejemplo, arriba/abajo  $\uparrow\downarrow$ , y dos bases diagonales:  $\nwarrow\swarrow$ . Tras cada medida, apuntarán los resultados obtenidos, que siempre corresponderán a una bombilla encendida o apagada. Hecho esto unas cuantas veces, ambas personas podrán comparar sus mediciones y deducir la probabilidad de obtener el mismo resultado. El teorema de Bell nos dice que esta probabilidad será diferente si los cíbits están entrelazados o no. Esto nos permitirá explicar la diferencia entre la interpretación clásica del entrelazamiento, basada en el realismo y la localidad, y su interpretación cuántica.

### Primer algoritmo: generación de números aleatorios

Usando únicamente la puerta Hadamard, podremos introducir el primer algoritmo cuántico. La generación de números aleatorios es esencial en procesos de encriptación, pero los métodos clásicos producen dígitos que no son estrictamente aleatorios. Demostraremos cómo un ordenador cuántico puede hacer algo inaccesible para un ordenador clásico. A partir de un cíbit  $|0\rangle$ , aplicaremos Hadamard para llegar a un estado superposición  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ , con una probabilidad realmente aleatoria (del 50 %) de que la medida resulte en 0 o 1.

### Segundo algoritmo: la teleportación cuántica

Comenzaremos entregando un cíbit físico (el cíbit verde) a una persona (Alice) que puede definir su estado superposición  $P$  a su gusto. En paralelo, tomamos dos cíbits (rojo y azul) en un estado de entrelazamiento máximo  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ . Estos dos cíbits son separados y entregados a Alice (cíbit rojo) y a una segunda persona que participe en el experimento (Bob, cíbit azul). A continuación, Alice aplica una puerta CNOT sobre sus dos cíbits, usando el cíbit verde como control, seguida de una puerta Hadamard sobre este mismo cíbit. Esta operación da como resultado:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|00\rangle(\cos(\theta/2)|0\rangle + \sin(\theta/2)|1\rangle) + \frac{1}{2}|10\rangle(\cos(\theta/2)|0\rangle - \sin(\theta/2)|1\rangle) + \frac{1}{2}|01\rangle(\sin(\theta/2)|0\rangle + \cos(\theta/2)|1\rangle) + \frac{1}{2}|11\rangle(-\sin(\theta/2)|0\rangle + \cos(\theta/2)|1\rangle)$$

Este es el corazón del algoritmo: entrelazar tres cíbits produce más posibilidades que entrelazar dos. Ahora Alice tiene que medir sus cíbits verde y rojo. Al hacerlo, el cíbit azul se proyectará en un estado superposición o, lo que es lo mismo, un estado definido en una base distinta de arriba/abajo. Cada base ocurre de manera puramente aleatoria, con probabilidades del 25 %. El siguiente dilema será conocer la base y, para ello, usaremos los resultados obtenidos por Alice sobre los cíbits verde y rojo. Alice abrirá sus cíbits físicos y enviará esta información a Bob mediante un canal clásico (de viva voz, por ejemplo). Si el resultado es 00, Bob no hará nada (esto se ejemplifica aplicando la puerta identidad,  $I$ ). Si el resultado es 10, Bob aplicará la puerta espejo  $Z$ . Si el resultado es 01, Bob aplicará la puerta espejo  $X$ . Finalmente, si recibe un 11, Bob aplicará la puerta  $Y$ . En cualquier caso, el resultado final es que el cíbit de Bob se encontrará en el estado  $P = \sin(\theta/2)|0\rangle + \cos(\theta/2)|1\rangle$  y el cíbit de Alice habrá resultado alterado.

Según se considere conveniente, profundizaremos más o menos en los pasos intermedios, pero siempre resaltando las oportunidades de aprendizaje de este algoritmo. Primero,

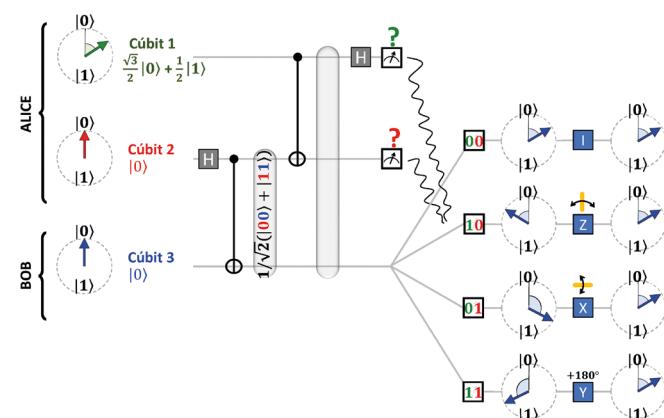


Fig. 6. Programa de teleportación del estado del cíbit verde al azul. El cíbit rojo es auxiliar. El usuario puede definir el estado del cíbit verde a su gusto. Despues continuará pulsando los botones correspondientes a las puertas Hadamard y CNOT. Finalmente abrirá sendos cíbits verde y rojo. En función del resultado, elegirá aplicar las puertas  $I$ ,  $Z$ ,  $X$  o  $Y$ .

el teorema de no clonación [5]: este concepto queda claro al demostrar que el estado  $P$  es teleportado y no clonado. De hecho, después de aplicar el algoritmo, el cúbbit verde de Alice habrá cambiado. Esto es relevante a la hora de diseñar algoritmos cuánticos, sobre todo algoritmos de corrección de errores basados en redundancia. Segundo, podremos hablar de los cúbbits auxiliares: aunque la intuición nos puede llevar a creer que bastan dos cúbbits para teleportar información, este algoritmo nos demuestra que, inevitablemente, necesitamos entrelazar tres. El concepto de los cúbbits auxiliares también es recurrente en computación cuántica ya que permiten realizar medidas de manera indirecta, sin destruir el estado del cúbbit principal. Tercero, hablaremos del uso de los canales clásicos de comunicación: Esto deja patente el hecho de que la información no puede viajar más deprisa que la luz en el vacío, evitando problemas con la teoría de la relatividad especial. Cuarto, podemos resaltar que la transmisión segura no está garantizada por este protocolo, ya que no permite detectar si el estado de uno de nuestros cúbbits ha sido medido en algún momento. Para evitar esto, hay que combinar medidas en distintas bases como en distribución de clave cuántica [6]. Finalmente, y más importante, habremos demostrado a nuestra audiencia que la teleportación es imposible con un circuito clásico de comunicación y que lo que se teletransporta es el estado cuántico, y no el cúbbit.

## Conclusiones

Hemos fabricado un demostrador para actividades de divulgación que nos permite acercar la mecánica cuántica a la sociedad. Adaptando la explicación a la audiencia podremos introducir principios básicos como la superposición o el entrelazamiento y profundizar en sus implicaciones, usando, por ejemplo, las desigualdades de Bell. También, la audiencia podrá ejecutar una secuencia de teleportación cuántica, un esquema de mayor complejidad pero que genera gran interés entre la población. En el futuro, el *software* puede ampliarse para implementar códigos sencillos de corrección de errores, una versión sencilla del algoritmo de Shor para factorizar en números primos o incluso admitir una programación libre “a la Qiskit”.

*Nota final:* Todos los experimentos mencionados pueden explicarse sin recurrir al plano complejo. No obstante, podemos sustituir la circunferencia en el plano real por la esfera completa de Bloch. En este caso, la descripción completa del cúbbit requiere de un ángulo adicional  $\varphi$ , de manera que  $P = \cos(\theta/2) |0\rangle + e^{i\varphi} \sin(\theta/2) |1\rangle$ . En este caso, la puerta Hadamard corresponde a una rotación de  $\theta = 90^\circ$ , seguida de una rotación  $\varphi = 180^\circ$ . Finalmente, las rotaciones y reflexiones definidas por las puertas X, Y, Z corresponden a rotaciones de  $180^\circ$  en torno a los ejes  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ , respectivamente.

## Detalles técnicos

En su versión actual, el demostrador incluye cinco cúbbits fabricados en impresión 3D en diferentes colores (figura 7). Estos cúbbits funcionan con baterías recargables a través de una conexión USB-C y están conectados mediante Bluetooth al ordenador. Cada cúbbit tiene un interruptor, un dispositivo LED de encendido/apagado, y otro diodo LED que se enciende solo si dos o más cúbbits están entrelazados. Finalmente, un detector óptico avisa si la esfera se abre para activar la proyección de las flechas durante la medida. Los cúbbits se almacenan en un maletín para su transporte. Para el *software*, se han utilizado dos lenguajes de programación: LabView permite la comunicación con los cúbbits físicos y la parte visual del programa, con flechas que permiten inicializar el estado del cúbbit y botones para aplicar puertas lógicas. Python se usa para las operaciones y cálculos sobre los estados de los cúbbits y para generar las imágenes de la esfera de Bloch.

cenan en un maletín para su transporte. Para el *software*, se han utilizado dos lenguajes de programación: LabView permite la comunicación con los cúbbits físicos y la parte visual del programa, con flechas que permiten inicializar el estado del cúbbit y botones para aplicar puertas lógicas. Python se usa para las operaciones y cálculos sobre los estados de los cúbbits y para generar las imágenes de la esfera de Bloch.

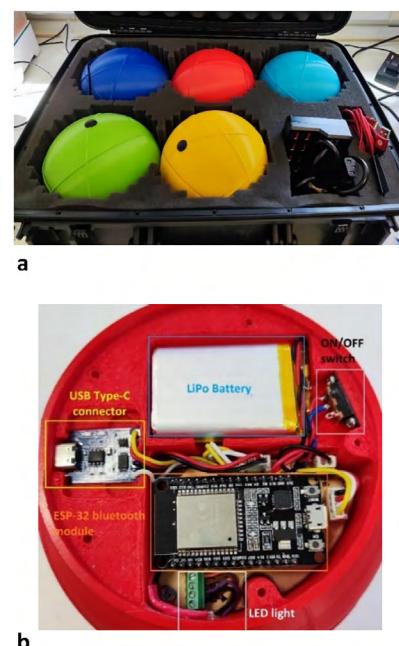


Fig. 7. Imágenes de los cúbbits: (a) maletín con cinco cúbbits y cargadores, y (b) componentes electrónicos del cúbbit.

## Agradecimientos

Agradecemos al Servicio General de Apoyo a la Investigación (SAI) de la Universidad de Zaragoza, y a la Unidad Técnica en Ingeniería de Microdispositivos (UTIM) del Instituto de Nanociencia y Materiales de Aragón (INMA-CSIC), en especial a Pedro Téllez y Carlos Cosculluela por su dedicación y aportaciones en la fabricación del demostrador. Damos las gracias a David Zueco por sus comentarios. Este demostrador ha sido financiado gracias a la Unión Europea (FET-OPEN 862893 FATMOLS) y el Consejo Europeo de Investigación (ERC) bajo el programa Horizon 2020 (948986 QFaST).

## Referencias

- [1] D. DEUTSCH, Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer, *Proceedings of the Royal Society of London A. Mathematical and Physical Sciences* **400**, 97 (1985).
- [2] C. H. BENNET, G. BRASSARD, C. CRÉPEAU, R. JOZSA, A. PERES y W. K. WOOTTERS, Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels, *Physical Review Letters* **70**, 1895 (1993).
- [3] M. A. NIELSEN e I. L. CHUANG, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, 2000).
- [4] J. S. BELL, On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox, *Physics* **1**, 195 (1964).
- [5] W. WOOTTERS y W. ZUREK, A Single Quantum Cannot be Cloned, *Nature* **299**, 802 (1982).
- [6] C.H. Bennett y G. Brassard, Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing, *Theoretical Computer Science* **560**, 1 (2014).