

Emergencia de orden a partir de fluctuaciones

J.M. Sancho, F. Sagués, J. García-Ojalvo

En los sistemas experimentales, el ruido constituye habitualmente una fuente de desorden que conviene eliminar. Sin embargo, cuando las fluctuaciones aleatorias se combinan con mecanismos no lineales el ruido puede tener efectos constructivos. En el caso particular de sistemas extendidos en el espacio, el ruido puede dar lugar a la aparición o sostenimiento de estados ordenados. En este artículo presentamos algunos ejemplos de estos efectos contraintuitivos.

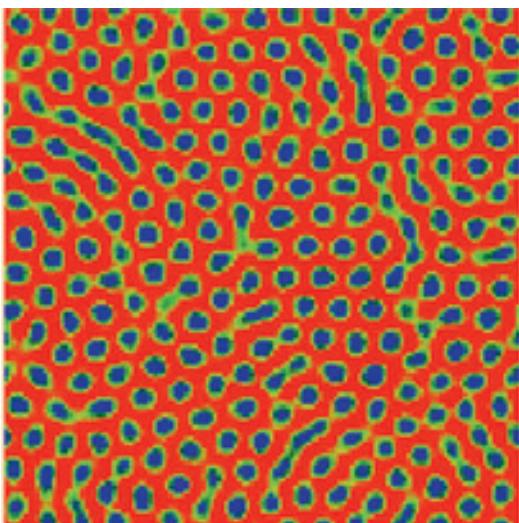
1. Introducción

Constituye un paradigma de la Física Clásica el que el aumento de desorden está asociado con un aumento de la variable temperatura que nos mide la intensidad de las fluctuaciones térmicas. Pueden presentarse multitud de ejemplos de dicho comportamiento, siendo los más simples la pérdida de imanación de un ferromagneto o el aumento de ruido electrónico en un conductor al aumentar su temperatura. Las excepciones a este paradigma son, o bien muy singulares, o bien debidas a que nuestro sistema está fuera de equilibrio.

Nuestro principal objetivo es este trabajo es presentar evidencias teóricas, numéricas y experimentales del efecto ordenador de las fluctuaciones aleatorias en sistemas extendidos.

Es un hecho contrastable cada día el que, a pesar de que la entropía del Universo está aumentando, aparece orden por doquier (por ejemplo en los sistemas biológicos). Ciertamente este orden tiene un coste energético, pero nuestro interés es demostrar que puede *emergir* orden de las fluctuaciones aleatorias cualquiera que sea su origen. Parece un contrasentido que del más puro desorden pueda aparecer algo ordenado. Esta paradoja no es tal si tales fluctuaciones actúan en un medio no lineal.

Ejemplos clásicos del efecto distorsionador de las fluctuaciones son el movimiento browniano de las partículas pequeñas en un fluido en reposo, o el ruido de fondo de un altavoz con el volumen muy alto pero sin señal. Estos son efectos claros de desorden inducido por las fluctuaciones. El movimiento browniano de las partículas en un fluido hace que el soluto (un cristal de sal) se disuelva irreversiblemente y uniformemente por todo el volumen sin posibilidad de vuelta atrás. Por la misma causa, los momentos magnéticos de los átomos de un ferromagneto empiezan a girar desordenadamente a partir de una cierta temperatura reduciendo la magnetización hasta anularse. Pero este movimiento errático de las partículas contiene también un ingrediente potencialmente ordenador, pues es usado por el sistema para explorar todo el espacio de estados accesibles. Ello lleva a que el sistema pueda encontrar algún estado más ordenado y quedar-



Patrón hexagonal inducido por ruido en el modelo de Swift-Hohenberg

se en él, si bien con un cierto coste energético. Es en este proceso de exploración donde juegan un papel relevante las no linealidades que determinan un paisaje de diferentes estados localmente estables.

Existe también otro mecanismo ordenador del ruido, que consiste en que éste se puede acoplar con las variables del sistema produciendo nuevos estados estables que no existirían sin la presencia del ruido [1]. En este trabajo vamos a exponer algunos sistemas en los que el ruido tiene un papel ordenador. En algunos de estos casos se usan modelos teóricos simples de sistemas complejos, pero también existe evidencia experimental bien controlada de este tipo de fenómenos.

Acabamos esta introducción con algunos apuntes históricos. Creemos que el auge que ha tenido la *Física Estadística y No Lineal* en los últimos veinte años en España tiene su origen en las primeras *Sitges' Schools* organizadas por el Prof. L.M. Garrido. Su influencia se extendió rápidamente y hoy en día existen fuertes grupos de investigadores en estos temas, no sólo en el área de Barcelona sino también en Palma de Mallorca, Madrid, Santander, Granada, Sevilla y Santiago entre otras.

2. Orden espacial

Muchos sistemas naturales responden a cambios en su entorno alterando de forma significativa su estado. Dichas alteraciones reciben el nombre de *bifurcaciones*, y la influencia del entorno se manifiesta a través de los llamados *parámetros de control*. Ejemplos de dicho tipo de fenómenos los constituyen las transiciones de fase entre estados termodinámicos de equilibrio, como por ejemplo la transición paramagneto-ferromagneto en sistemas magnéticos. En estos casos, los dos estados termodinámicos (fases) existentes a ambos lados del punto de transición suelen ser estacionarios en el tiempo y homogéneos en el espacio. Aún así, el comportamiento microscópico del sistema suele ser suficientemente distinto entre las dos fases como para poder decir que una está más ordenada que la otra. En los sistemas magnéticos, por ejemplo, decimos que la fase ferromagnética está más ordenada que la paramagnética porque en aquélla los

dipolos permanentes microscópicos (espines) apuntan todos básicamente en la misma dirección, mientras que en la fase paramagnética lo hacen aleatoriamente. Estos sistemas se suelen describir mediante un campo mesoscópico $\psi(\mathbf{x}, t)$, calculado como un promedio local de la magnetización microscópica (*coarse-graining*). A partir de esta cantidad podemos definir la densidad de magnetización (también llamado *parámetro de orden*, y calculada como $m = \int \psi(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}$) y sus fluctuaciones relativas o susceptibilidad. El parámetro de orden resulta ser nulo en el estado paramagnético y no nulo en el ferromagnético.

En el marco de la descripción mesoscópica que acabamos de mencionar, las transiciones de fase pueden modelizarse fácilmente mediante ecuaciones estocásticas en derivadas parciales (EEDPs) del tipo

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\Gamma \frac{\delta F}{\delta \psi} + \eta(\mathbf{x}, t), \quad (1)$$

siendo Γ un coeficiente de mobilidad, F la energía libre del sistema de tipo Ginzburg-Landau ($F = \int d\mathbf{x}^d [-a/2\Psi^2 + 1/4\Psi^4 + 1/2|\nabla\Psi|^2]$), y $\eta(\mathbf{x}, t)$ un ruido Gaussiano blanco con media nula y correlación espacio-temporal dada por

$$\langle \eta(\mathbf{x}, t)\eta(\mathbf{x}', t') \rangle = 2\varepsilon\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\delta(t - t'), \quad (2)$$

donde ε es la *intensidad* del ruido. Si se cumple el teorema de fluctuación-disipación $\varepsilon = \Gamma k_B T$, siendo k_B la constante de Boltzmann y T la temperatura, entonces el estado estacionario del sistema es también de equilibrio, y se puede obtener de forma sencilla [1] a partir de la ecuación de Fokker-Planck correspondiente a (1), cuya solución es la bien conocida distribución de Boltzmann, $P[\psi(\mathbf{x}, t)] \sim \exp(-F/\varepsilon)$. De aquí se deduce que un aumento en la intensidad del ruido ε no puede producir ningún cambio cualitativo en el perfil de probabilidad (e.g. en el número de sus máximos), y por tanto no puede inducir orden en el sistema. Por el contrario, cuando el ruido se introduce en el sistema desde el exterior, por ejemplo dejando que fluctúe el parámetro a en la forma $a \rightarrow a + \eta(\mathbf{x}, t)$, deja de ser válido el teorema de fluctuación-disipación (y por tanto el sistema es de no-equilibrio), lo que habitualmente impide conocer la distribución de ψ de forma analítica (con alguna excepción [2]). La EEDP en este caso tiene la forma

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \Gamma(-a\psi - \psi^3 + \nabla^2\psi) + \psi\xi(\mathbf{x}, t) + \eta(\mathbf{x}, t), \quad (3)$$

donde hemos tomado $\Gamma = 1$, y $\xi(\mathbf{x}, t)$ es el ruido externo, de intensidad σ_m^2 . En este caso, el ruido externo sí que puede producir orden en el sistema, induciendo una transición de fase (de no equilibrio) desde un estado desordenado [$m=0$] hacia un estado ordenado [$m \neq 0$]. Un ejemplo típico de este comportamiento se puede ver en la Fig. 1, que muestra cómo varían la magnetización m , y sus fluctuaciones relativas (representadas por una susceptibilidad generalizada χ), con la intensidad del ruido externo (que juega aquí el papel de parámetro de control de la transición).

Los resultados mostrados en esta figura corresponden a simulaciones numéricas del modelo de Ginzburg-Landau descrito anteriormente. Según muestra la Fig. 1, un aumento en la intensidad del ruido externo $\xi(\mathbf{x}, t)$ produce una transición hacia una fase ordenada con magnetización no nula.

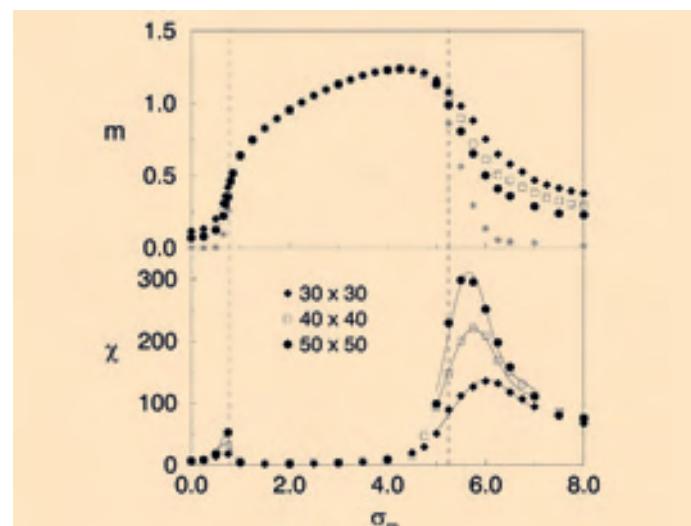


Figura 1. Transiciones de fase inducidas por ruido, la primera hacia el orden y la segunda hacia el desorden, en el modelo de Ginzburg-Landau con ruido externo multiplicativo. Magnetización (arriba) y susceptibilidad (abajo) en función de la intensidad del ruido.

Para intensidades del ruido aún mayores, una segunda transición de fase vuelve a llevar el sistema al estado desordenado, como es de esperar. Las dos transiciones de fase quedan puestas claramente de manifiesto por sendos picos en la susceptibilidad. Asimismo, un análisis sistemático de dichas transiciones en redes de distintos tamaños (representadas por símbolos distintos en la figura) permite evaluar los exponentes críticos de las mismas [1], llevando a resultados que muestran que ambas transiciones pertenecen a la clase de universalidad del modelo de Ising (de equilibrio). Esta conclusión se puede confirmar mediante argumentos de grupo de renormalización dinámico [1]. La existencia de esta transición de fase hacia el orden se ha corroborado de forma analítica mediante aproximaciones de campo medio [3] y análisis de estabilidad lineal [4]. El origen de esta transición está en una inestabilidad dinámica transitoria del estado $\phi=0$ inducida por el ruido que luego es estabilizada en otro valor $\phi \neq 0$ por el acoplamiento espacial y los términos no lineales [5]. Sin embargo existen otro tipo de transiciones inducidas por ruido que no presentan esta inestabilidad transitoria [2]. También existe otra clase de sistemas cuya fase desordenada corresponde a un estado absorbente, y donde se han encontrado transiciones de fase inducidas por ruido multiplicativo cuya clase de universalidad es específica de no equilibrio [6].

Las transiciones de fase inducidas por ruido, a pesar de ser el ejemplo más básico de creación de orden espacial, no constituyen, históricamente, el primer ejemplo de orden producido por ruido. Dicho papel fue desempeñado por los *patrones espaciales*, consistentes en estructuras estacionarias espacialmente inhomogéneas muy comunes en sistemas físicos, químicos y biológicos [7, 8]. Un modelo paradigmático de formación de patrones espaciales es el *modelo de Swift-Hohenberg*, que describe entre otros sistemas la transición conducción-convección en capas de fluido sometidas a un gradiente vertical de temperatura (convección de Rayleigh-Bénard):

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \Gamma(-a\psi - \psi^3 + (\nabla^2 + 1)^2\psi) + \eta(\mathbf{x}, t). \quad (4)$$

En la modelización estándar a es el parámetro de control (proporcional al gradiente de temperatura en el caso de Rayleigh-Bénard), y ψ representa la amplitud del patrón. Como puede observarse comparando (3) con (4), este modelo canónico sólo difiere del modelo de Ginzburg-Landau en la forma del acoplamiento espacial. Al igual que en el caso de Ginzburg-Landau, el modelo de Swift-Hohenberg presenta orden inducido por ruido cuando el parámetro a está sometido a fluctuaciones aleatorias [9]. En este caso el orden espacial se pone de manifiesto mediante patrones inhomogéneos, tal como muestra la Fig. 2, donde vemos que con poco ruido tenemos grumos desordenados pertenecientes al estado conductivo pero que al aumentar el ruido aparecen los rollos característicos de las estructuras convectivas. Comportamientos similares se han observado con este acoplamiento espacial en otros modelos [10].

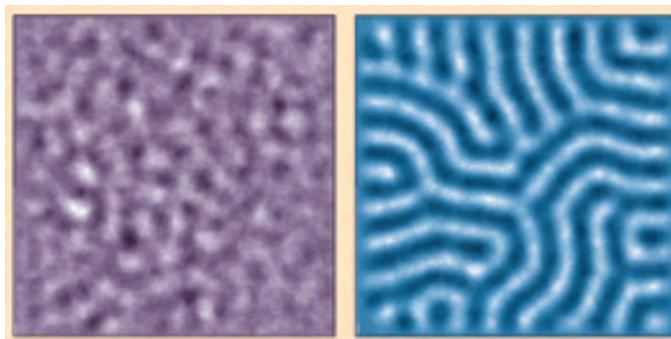


Figura 2. Perfil espacial generado por el modelo de Swift-Hohenberg con poco ruido (izquierda) y con mucho ruido (derecha). Todos los parámetros deterministas son iguales en ambos casos.

Un elemento de un sistema excitable posee un único estado estacionario al que relaja el sistema tras una perturbación supercrítica, mediante la generación de un pulso de actividad. Por supuesto, en medios extendidos el papel de tal perturbación lo puede desempeñar un flujo difusivo desde los elementos vecinos. Ello resulta en propagación de pulsos u ondas de excitación. En contraste con otras situaciones, por ejemplo en medios biestables, un medio excitable retorna siempre a su estado en reposo, tras superar un cierto periodo refractario, por lo que permite la repetida propagación de ondas viajeras. Ello permite ampliar enormemente la variedad de fenomenologías de propagación en medios excitables. En particular, si se rompe una onda de excitación, los extremos así originados dan lugar a ondas spirales, que exhiben, en los casos más sencillos, una rotación estacionaria de sus extremos libres alrededor de un núcleo inexcitable.

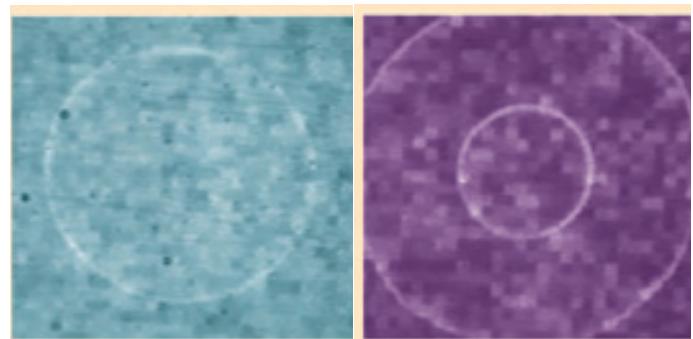


Figura 3. Estructuras experimentales obtenidas en la reacción BZ [13]. Se observa la onda química sobre la iluminación aleatoria del fondo. En la izquierda vemos como el sistema es capaz, bajo unas fluctuaciones débiles de la luz, de propagar ondas en un medio excitable. A la derecha vemos como una estructura oscilatoria es sostenida por ruido cuando la fluctuaciones de la luz son más intensas.

Orden espacio-temporal

Como mencionamos en la introducción, la razón última por la que cabe esperar efectos no triviales y constructivos originados en la presencia de fluctuaciones en ciertos sistemas de interés teórico y experimental radica en su acoplamiento con las dinámicas intrínsecamente no lineales de dichos sistemas. En este sentido destacaremos en esta sección algunos ejemplos propios de un contexto químico-físico. Ello no es en absoluto sorprendente si nos atenemos al hecho de que ha sido precisamente en el ámbito de lo que calificaríamos como *Química no Lineal*, es decir aquél definido por ciertas reacciones químicas autocatalíticas operando en condiciones alejadas del equilibrio termodinámico, donde un mayor número de comportamientos de autoorganización espaciotemporal han podido ser identificados y analizados con detalle [11]. El espectro de fenomenologías es muy amplio, incluyendo fenómenos como las estructuras estacionarias de Turing o las diversas situaciones de propagación de ondas químicas. En lo que sigue nos centraremos en este último escenario, que constituye un ejemplo paradigmático de estructuras espaciotemporales en sistemas espacialmente extensos.

Definiremos sistemas activos como aquellos sistemas espacialmente distribuidos que son capaces de exhibir comportamientos cooperativos y con cierto grado de autonomía respecto al medio en que se encuentran [12]. Una clase particular de sistemas activos se conoce como sistemas excita-

bles. En situaciones 3D, las ondas spirales adquieren topologías complejas en forma de ondas en *scroll*.

Definido el contexto y antes de concretar los diversos problemas analizados, indiquemos las metodologías utilizadas en dicha investigación. Por lo que respecta a la parte experimental se trabaja con una variante fotosensible de la bien conocida reacción de Belousov-Zhabotinsky (BZ) [13]. Mediante un control adecuado de la luz incidente conseguimos modificar convenientemente la excitabilidad del medio y por consiguiente los parámetros de propagación de las ondas de excitación (la velocidad de propagación disminuye al aumentar la intensidad de luz). La reacción tiene lugar en un gel depositado en una cápsula de Petri. Un ordenador controla a la vez un cañón de luz y el patrón de iluminación que se desea proyectar sobre la cápsula.

La reacción BZ admite una modelización bien aceptada en la actualidad que se conoce como modelo Oregonator [13]. En su forma reducida, dicho modelo consiste en un conjunto de dos ecuaciones para un par de especies intermedias de la reacción en forma de un esquema tipo activador-inhibidor y donde el activador es más rápido que el inhibidor.

Pueden escogerse otras modelizaciones más ventajosas tanto en su superior facilidad en la simulación numérica como, y fundamentalmente, en que permite renormalizaciones efectivas de sus parámetros en condiciones de forzamiento estocástico. En lo que sigue nos referiremos a una

situación en la que se estudian distintos aspectos de propagación de ondas químicas en medios de excitabilidad aleatoria.

La situación particular que vamos a describir consiste en analizar el eventual efecto del ruido en la modificación del régimen de excitabilidad de la reacción de BZ. En este sentido se analizaron dos escenarios: la transición subexcitable/exitable y la excitable/oscilatoria. Para ello se realizaron sendos pares de experimentos idénticos, con y sin presencia respectivamente de fluctuaciones espaciotemporales, y correspondientes a valores de la intensidad de iluminación igual (en el caso ruidoso en valor medio), correspondientes respectivamente a situaciones subexcitables (no propagación de ondas) y excitables. Se observó en el primer caso que el ruido convertía al sistema en excitable (propagaba ondas) (Fig. 3, izquierda), mientras que en el segundo se generaban estructuras de emisión continuada, en forma de diana, clara indicación que el sistema había alcanzado, al menos localmente, un régimen oscilatorio (Fig. 3, derecha). Las simulaciones numéricas reprodujeron ambos escenarios, que fueron interpretados teóricamente en base a modelos de reacción-difusión con parámetros renormalizados efectivos debido a los efectos de ruido multiplicativo [13].

4. Conclusiones y perspectivas

La emergencia de orden en sistemas extendidos en el espacio es uno de los ejemplos más espectaculares de auto-organización, que se observa de forma rutinaria en sistemas físicos, químicos y biológicos. En este artículo hemos presentado una panorámica de investigaciones recientes que muestran cómo las fluctuaciones aleatorias pueden contribuir a aumentar (o incluso a crear) orden espacial y espaciotemporal en dichos sistemas. Por motivos de espacio, nos hemos limitado a situaciones en las que el ruido induce transiciones de fase, patrones espaciales y ondas excitables. Existen sin embargo muchos otros ejemplos en los que se aprecian efectos interesantes del ruido en sistema espacialmente extendidos, aunque no necesariamente ordenadores en el sentido aquí explicado, como son: los patrones convectivos sostenidos por ruido [14], la resonancia estocástica espacial [15], la ramificación del crecimiento dendrítico inducida por ruido [16], el movimiento browniano de espirales inducido por la iluminación fluctuante en la reacción BZ [17], el efecto del ruido espacial (desorden) sobre la propagación de un frente rugoso tanto teórica como experimentalmente [18], y las fluctuaciones térmicas actuando sobre solitones [19]. Una introducción asequible y entretenida sobre los efectos del ruido puede verse en las colaboraciones de R. Toral en esta revista [20].

Hemos de hacer notar que, tal como se pone de manifiesto mediante la lista de referencias de este artículo, existe un gran número de grupos de investigación españoles trabajando en este tema, que han jugado y siguen jugando un papel muy importante en su desarrollo. Sería deseable continuar por este camino, dado que la ubicuidad de las fluctuaciones

aleatorias en los sistemas naturales hace que éstas no se puedan habitualmente ignorar, y sería importante establecer de forma definitiva el papel que dichas fluctuaciones juegan en los procesos de auto-organización que se observan por doquier, y en los que por ejemplo se basa la vida.

Bibliografía

- [1] J. GARCÍA-OJALVO Y J.M. SANCHO, "Noise in spatially extended systems", Springer-Verlag, New York (1999).
- [2] M. IBAÑES, J. GARCÍA-OJALVO, R. TORAL Y J.M. SANCHO, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 020601 (2001).
- [3] C. VAN DEN BROECK, J.M.R. PARRONDO, J. ARMERO Y A. HERNÁNDEZ-MACHADO, *Phys. Rev. E* **49**, 2639 (1994).
- [4] A. BECKER Y L. KRAMER, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 955 (1994).
- [5] C. VAN DEN BROECK, J.M.R. PARRONDO Y R. TORAL, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3395 (1994); C. VAN DEN BROECK, J.M.R. PARRONDO, R. TORAL Y R. KAWAI, *Phys. Rev. E* **55**, 4084 (1997).
- [6] Y. TU, G. GRINSTEIN Y M.A. MUÑOZ, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 274 (1997); W. GENOVESE Y M.A. MUÑOZ, *Phys. Rev. E* **60**, 69 (1999).
- [7] M.C. CROSS Y P.C. HOHENBERG, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 851 (1993).
- [8] C. PÉREZ GARCÍA, *Revista Española de Física*, en este mismo número.
- [9] J. GARCÍA-OJALVO, A. HERNÁNDEZ-MACHADO Y J.M. SANCHO, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1542 (1993).
- [10] J.M.R. PARRONDO, C. VAN DEN BROECK, J. BUCETA Y J. DE LA RUBIA, *Physica A* **224**, 153 (1996).
- [11] R. KAPRAL Y K. SHOWALTER, "Chemical Waves and Patterns" (Kluwer, Dordrecht, 1995).
- [12] A. MIKHAILOV, "Foundations of Synergetics I", 2nd ed. (Springer, Berlin) (1994).
- [13] S. ALONSO, I. SENDIÑA-NADAL, V. PÉREZ--MUÑUZURI, J.M. SANCHO Y F. SAGUÉS, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 078302 (2001).
- [14] M. SANTAGIUSTINA, P. COLET, M. SAN MIGUEL Y D. WALGRAEF, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3633 (1997).
- [15] J.M.G. VILAR Y J.M. RUBÍ, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2886 (1997).
- [16] R. GONZALEZ-CINCA, L. RAMIREZ-PISCINA, J. CASADEMUNT, AND A. HERNANDEZ-MACHADO. *Physical Review E* **63**, 051602 (2001).
- [17] I. SENDIÑA-NADAL, S. ALONSO, V. PÉREZ-MUÑUZURI, M. GÓMEZ-GESTEIRA, V. PÉREZ-VILLAR, L. RAMÍREZ-PISCINA, J. CASADEMUNT, J.M. SANCHO, AND F. SAGUÉS, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2734 (2000).
- [18] A.M. LACASTA, L. RAMIREZ-PISCINA, J. CASADEMUNT, A. HERNANDEZ-MACHADO, AND M.A. RODRIGUEZ, *Phys. Rev. E* **57**, 5754 (1998); A. HERNANDEZ-MACHADO, J. SORIANO, A. M. LACASTA, M.A. RODRIGUEZ, L. RAMIREZ-PISCINA AND J. ORTIN, *Europhys. Lett.* **55**, 194 (2001).
- [19] N. R. QUINTERO, A. SÁNCHEZ Y F. G. MERTENS, *Eur. Phys. J.* **B16**, 361 (2000).
- [20] R. TORAL, *Revista Española de Física*, Vol. **16** (2002).

J.M. Sancho

está en el Dpto. de Estructura y Constituyentes de la Materia. Univ. de Barcelona

F. Sagué

está en el Dpto. de Química Física. Univ. de Barcelona

J. García-Ojalvo

está en el Dpto. de Física e Ingeniería Nuclear. Univ. Politécnica de Cataluña