

## Inestabilidades y patrones fuera del equilibrio

Carlos Pérez-García

Trazamos a continuación una panorámica de los desarrollos teóricos y experimentales en relación con la formación de patrones, las inestabilidades y la transición hacia la turbulencia en sistemas físico-químicos cerrados que se hallan fuera del equilibrio termodinámico.

A todos nos ha intrigado la organización espontánea de la materia inanimada, que parece imitar, de algún modo, la riqueza de los seres vivos. Esa autoorganización espontánea –los mecanismos de creación de formas, el paso de la materia inanimada a la vida– es una de las cuestiones más debatidas en la ciencia actual. Desde hace siglos, el hombre se ha interrogado acerca de las regularidades ocultas en las corrientes de un río, en las olas

del océano, en las dunas cambiantes, en los plegamientos de la tierra, en las nubes. Y a una escala más vulgar por la simetría de los cristales de hielo, por las olas sobre un estanque en calma, por la forma de las caracolas. ¿Qué relación guardan esas formas entre sí? ¿qué leyes se ocultan bajo el aparente desorden? Gracias a los esfuerzos de generaciones de científicos hemos avanzado en la selva de los sistemas que llamamos –no tenemos mejor forma de designarlos– complejos. En este artículo comentamos brevemente algunas inestabilidades características con sus patrones, así como la repercusión de esos trabajos en la física macroscópica actual.

Henry Bénard realizó las primeras medidas de formación de estructuras a finales del siglo XIX. Este autor hacía servir diferentes gresores de aceite de ballena en un recipiente calentado por la parte inferior y las técnicas mecánicas y ópticas más avanzadas de la época, para caracterizar los curiosos movimientos que se forman en un recipiente plano horizontal. Bénard describió por primera vez lo que ahora se denomina celdas de Bénard [1], ejemplo de *patrón* regular –en este sentido usaremos también *textura, motivo y pauta*– en un sistema fuera del equilibrio térmico.

Los movimientos del fluido calentado presentan una generación espontánea de simetría. Ninguna de las dos causas –trabajar con un fluido y calentar– augura un cambio hacia un aumento de simetría. Resulta paradójico que un calentamiento, que según nuestra experiencia cotidiana tiende a desorganizar –pensemos en la fusión de un sólido– y, además, en un líquido –un medio carente de estructura espacial–, dé como resultado unas estructuras macroscópicas que aún hoy nos asombran.

### 1. Desequilibrio, inestabilidad, forma

Pocos años después, Lord Rayleigh daba una interpretación teórica del experimento que resultó paradigmática. En

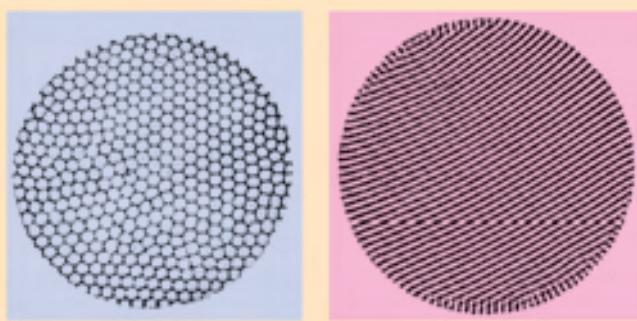


Figura 1. a) Las celdas convectivas "clásicas" de Bénard. b) Rollos cerca del umbral convectivo. (Cortesía de G. Ahlers)

síntesis, lo que sucede es que el líquido cerca de la placa horizontal, más caliente, se dilata y, por tanto, su densidad disminuye y se hace menor que la del fluido que está por encima, tendiendo a subir por empuje. Superado un *desequilibrio* (calentamiento) crítico –se necesita un mínimo de energía para vencer la disipación– el perfil conductivo de temperatura se desestabiliza dando lugar a las corrientes de Bénard. La

estructura, por consiguiente, nace tras una *inestabilidad*. En un lenguaje más formal diríamos que las soluciones cambian cualitativamente: sufren una *bifurcación*.

Hay otras muchas inestabilidades que forman patrones en fluidos, como puso de manifiesto G.I. Taylor en Cambridge a partir de 1919. A él se deben trabajos importantes sobre la desestabilización de la interfase de un fluido menos denso sobre otro más denso (inestabilidad de Rayleigh-Taylor), la inestabilidad centrífuga de un líquido entre dos cilindros concéntricos (inestabilidad de Taylor-Couette; véase la Fig. 2), la inestabilidad de un fluido menos viscoso avanzando sobre otro más viscoso (inestabilidad de Saffman-Taylor). Taylor poseía una rara facilidad para combinar predicciones teóricas con experimentos elegantes, y por ello se le considera –junto a Prandtl, von Karman y Kolmogorov– uno de los impulsores de la física de fluidos en el siglo XX.

Otro ámbito en el que la formación de patrones es particularmente relevante es la química. Estamos acostumbrados a pensar que en las reacciones se llega más o menos rápidamente

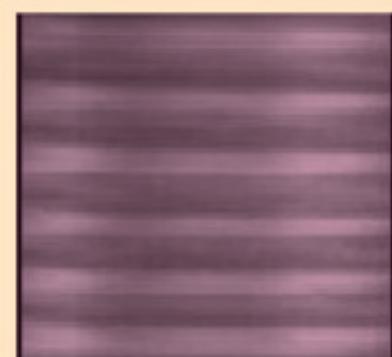
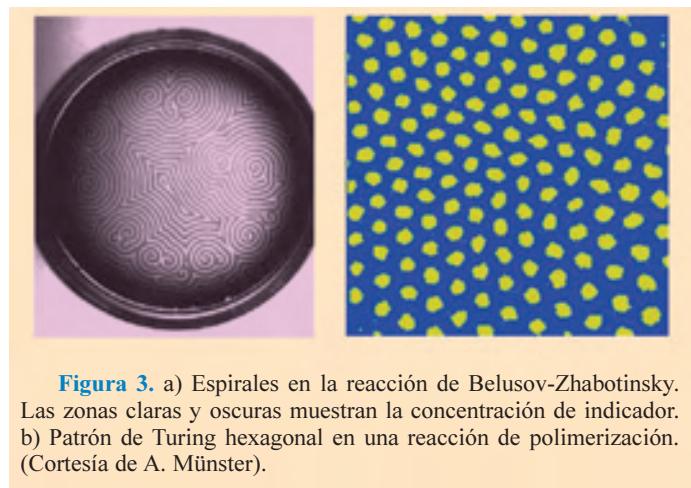


Figura 2. Vórtices de Taylor entre dos cilindros de giran. (Cortesía de R. Behringer).

mente a un estado estacionario o de equilibrio: se mezclan los componentes y se forman uniformemente los productos. Este sería el comportamiento habitual en un reactor. No obstante si se reponen continuamente los reactivos pueden surgir inestabilidades. El interés de estas situaciones radica en que podrían arrojar luz sobre los fenómenos de morfogénesis en biología, especialmente en algunos procesos celulares de gran importancia.

La primera observación de oscilaciones químicas fue reportada por W.C. Bray en 1921. Estudiaba la reducción del ion idodado a iodo en una reacción con agua oxigenada y observó que la velocidad de reacción de oxígeno y iodo variaban de manera periódica. Pero se consiguió un salto cualitativo cuando B.P. Belusov en 1951 mostró el carácter oscilante de la reacción redox del ion cerio/bromato/ ácido cítrico. La única publicación de Belusov sobre esta reacción aparece en un resumen enviado a un congreso en 1959, pues los censores de diversas revistas pudieron con la paciencia del descubridor (Winfree traza un breve resumen de la "prehistoria" de esta reacción en *J. Chem Educ.*, **61**, 661 (1984)). A este nombre se asociaría el de A. M. Zhabotinsky, quien descubrió que la reacción seguía siendo oscilante con otras ácidos, y dilucidó los mecanismos químicos responsables de las oscilaciones: la oxidación del Ce (III) por bromato es *autocatalítica* y que el ion bromito actúa como *inhibidor*. Independientemente Alan Turing (más famoso por sus trabajos en decodificación de las claves secretas nazis, y por los de teoría de la computación) propuso en 1952 una explicación de la morfogénesis, basada en la competición entre reacción y difusión que, de nuevo, no parecen los ingredientes más idóneos para producir orden. En síntesis el mecanismo de Turing explota el antagonismo entre un activador de una reacción de autocatálisis y su inhibidor, y la disparidad entre sus difusividades. Las estructuras que resultan (estructuras de Turing) tienen un tamaño que, a diferencia de las hidrodinámicas, no depende del espesor de la geometría del recipiente. Turing sugirió que el desarrollo biológico podría estar relacionado con la concentración de ciertas sustancias –los morfogenes– en las células. Por ejemplo, si la concentración de morfogén en cierta zona de un embrión de zebra es superior a un umbral, sus células producirán pelos negros, mientras que en aquéllas en que es inferior, aparecerán pelos claros. El primer paso debía consistir en mostrar la viabilidad del mecanismo en una reacción química, empresa que no se mostraba fácil pues todas las moléculas en disolución acuosa difunden más o menos por igual. Este inconveniente fue superado por el grupo de De Kepper al idear un reactor continuamente alimentado y no agitado, que baña un gel –los movimientos fluidos se frenan en su interior– donde se estudia la reacción. Con ese tipo de reactor se pudieron analizar de forma sistemática las reacciones oscilantes candidatas a producir estructuras de Turing. La que hasta hoy se ha mostrado más eficiente es la redox del iodo por cloro, en presencia de ácido malónico y sulfúrico (reacción CIMA= chloride-iodide-malonic acid y su variante CDIMA). En ésta se usa como indicador una macromolécula (almidón, alcohol polivinílico) inserta en el gel y que forma un complejo con los iones ioduro (activador). Éste presenta una difusividad mucho mayor que la del ion clorito (inhibidor).

En el ámbito de las matemáticas Poincaré plantea a comienzos del siglo XX la necesidad de métodos cualitativos para tratar el amplísimo mundo de las ecuaciones diferenciales no lineales. Esto le llevaría a vislumbrar la sensibilidad de algunos sistemas de ecuaciones a las condiciones iniciales, que subyace en la teoría del caos. La escuela rusa seguiría esta línea, gracias a las aportaciones de Liapunov a la *teoría de la estabilidad* y de Andronov en sus estudios de los osciladores. A los cuarenta años de su publicación, resulta obligado citar el artículo de Lorenz, que se basa en un modelo simplificado para la convección atmosférica. La idea que se tenía hasta entonces de la transición hacia la turbulencia en sistemas cerrados se puede leer todavía en el libro de *Mecánica de Fluidos* de Landau y Lifshitz [2]. Landau proponía la desestabilización de frecuencias sucesivas, cada vez más altas y más cercanas entre sí, hasta que llegan a tal cantidad que el enjambre de modos excitados hace imposible cualquier descripción determinista del sistema. Lorenz mostró que bastan tres modos para tener trayectorias muy complicadas, en lo que pasó a denominarse *caos*. Digamos de pasada que las principales corroboraciones del caos vinieron de las inestabilidades hidrodinámicas: los trabajos de H. Swinney y J. Gollub sobre el Taylor-Couette y los de Libchaber, Bergé y Dubois sobre duplicación de periodo e intermitencia en convección<sup>1</sup>.



**Figura 3.** a) Espirales en la reacción de Belusov-Zhabotinsky. Las zonas claras y oscuras muestran la concentración de indicador. b) Patrón de Turing hexagonal en una reacción de polimerización. (Cortesía de A. Münster).

## 2. Retrato robot de la inestabilidad

Un sistema se desestabiliza cuando las pequeñas perturbaciones que sobre él actúan se amplifican. Se busca entonces a partir de qué valores del parámetro de control (calentamiento, agitación, concentraciones de reactivos, etc.) las perturbaciones infinitesimales (análisis lineal) con número de onda  $k$  y frecuencia  $\omega$  crecen en el tiempo. Esto determina el carácter de la bifurcación correspondiente. Simplificando mucho, existen tres tipos de inestabilidades simples según los valores de  $k$  y  $\omega$  de las perturbaciones: 1) Turing ( $k \neq 0$ ,  $\omega = 0$ ), 2) Hopf ( $k = 0$ ,  $\omega \neq 0$ ) y 3) Onda ( $k \neq 0$ ,  $\omega \neq 0$ ).

El análisis lineal no es suficiente para determinar qué pasa con los modos inestables. Hay que acudir a un análisis perturbativo de los modos marginales (su tasa de crecimiento es nula) [4]. Los otros modos normales del desarrollo se atenúan rápidamente, lo que permite eliminarlos adiabáticamente.

<sup>1</sup>Como referencia podemos citar el excelente libro de Bergé *et al.* [3] en el que se explican estos fenómenos de manera detallada.

mente de las ecuaciones. De esto resulta una ecuación diferencial no lineal en derivadas parciales que rige la amplitud de los modos críticos y, describe, por tanto, las modulaciones espaciales lentas en el espacio y en el tiempo de la estructura periódica: las *ecuaciones de amplitud*. La gran ventaja de esta descripción es que la forma de esas ecuaciones queda fijada por el tipo de bifurcación y las simetrías del problema, y los mecanismos físicos-químicos microscópicos subyacentes se reflejan únicamente en los valores de los coeficientes en dichas ecuaciones<sup>2</sup>. Esto constituye, por tanto un ejemplo de cómo la *rotura de simetría* da lugar a movimientos *autoorganizados, a propiedad emergente* común a sistemas muy distintos y con cierta independencia de las características microscópicas particulares. En este sentido la analogía con la teoría de Landau de las transiciones de fase es completa; por eso las ecuaciones de amplitud se conocen también como ecuaciones de Ginzburg-Landau.

La técnica de la ecuación de amplitud toma como guía los modos que se observan en el experimento, pues dan pistas sobre los ingredientes mínimos de dicha ecuación, especialmente útiles cuando resulta muy difícil deducirla a partir de la dinámica microscópica (cinética química, Navier-Stokes para la crispación, Maxwell-Bloch para láseres, etc.). Los patrones hexagonales observados en convección y en otros casos (ferrofluidos en un campo magnético, reacción CDIMA), se describen como superposición de tres modos cuyas direcciones corresponden a un retículo hexagonal. Más simples resultan los rollos de convección entre placas rígidas (Fig. 1(b)). En este caso, el patrón regular ( $A e^{ikx}$ ) presenta una amplitud que obedece a la ecuación

$$\partial_t A = \mu A + \partial_x^2 A - |A|^2 A \quad (1)$$

que hemos escrito en la forma unidimensional simplificada. En ella  $A$  es la amplitud (compleja) del modo de Fourier correspondiente,  $\mu$  es el *parámetro de control* (calentamiento, concentraciones) que representa la separación respecto al valor en el umbral. El término espacial  $\partial_x^2 A$  tiene en cuenta las variaciones locales del número de onda en la estructura y se ha introducido el término no lineal (compatible con la simetría  $A \rightarrow -A$ ) de orden más bajo para que la inestabilidad sature. Tampoco son infrecuentes los cuadrados (convección binaria, ferrofluidos) que resultan de dos modos perpendiculares. (El lector interesado puede encontrar las ecuaciones correspondientes en el libro de Rabinovich *et al.* [5].)

Una de las primeras limitaciones del formalismo de amplitud es que hay que seleccionar de entrada unos pocos modos con una orientación dada en los desarrollos, mientras que lo patrones muestran, por lo general zonas con diferentes orientaciones, defectos, etc. Por eso se han propuesto otras formulaciones de las que se deduce una ecuación invariante rotacional: la *ecuación de Swift-Hohenberg* que en el caso más simple toma la forma

$$\partial_t \psi = \mu \psi + (\nabla^2 + k_c)^2 \psi - \psi^3 \quad (2)$$

donde el término espacial recoge las variaciones respecto al valor crítico del número de onda  $k_c$  y es independiente de la orientación del modo. También esta ecuación se generaliza,

añadiendo los términos convenientes para incluir estructuras de hexágonos, cuadrados, casicristales. Destaquemos que, al no tratarse de una ecuación envolvente, esta ecuación proporciona un modelo para tratar efectos no adiabáticos, como los que tienen lugar en las cercanías de un defecto puntual, una frontera de grano, etc.

### 3. Una ecuación sorprendente

Resulta más interesante la ecuación de amplitud para la inestabilidad de Hopf, parecida a la anterior pero con coeficientes complejos (*ecuación de Ginzburg-Landau compleja*)

$$\partial_t A = \mu A + (1 + i c_1) \partial_x^2 A - (1 + c_2) |A|^2 A \quad (3)$$

donde  $c_1$  representa una dispersión y  $c_2$  una contribución no lineal a la frecuencia. Esta es otra de las ecuaciones prototípicas que presenta dinámicas muy variadas como han puesto de manifiesto I. Aranson y L. Kramer [6] en un artículo reciente, cuyo título habla por si solo “*The World of Ginzburg-Landau equation*”.

Esta ecuación describe las oscilaciones homogéneas ( $k = 0$ ) que resultan estables si se cumple la condición de Benjamin-Feir  $1 + c_1 c_2 > 0$  [7]. Cerca de esa condición el patrón correspondiente presenta defectos en forma de *espiral* (se parecen a las de Fig. 3a aunque de origen distinto). La fase en el patrón permanece bastante regular en el tiempo y la amplitud es casi constante excepto cerca del núcleo de la espiral, donde se anula. Esta ecuación presenta también analogías con las transiciones de fase de equilibrio. En concreto, tiene la misma forma que la ecuación del parámetro de orden complejo de la superfluidez y la superconductividad. Ejemplos de inestabilidad de Hopf se encuentran en sistemas de reacción-difusión (Bruselator, Lengyel-Epstein) [8] o en sistemas ópticos pasivos no lineales [9]. Según los valores de los parámetros  $c_1$  y  $c_3$  se alcanzan diversos regímenes que han sido descritos en la Ref. [6]: turbulencia de fase, bicos, intermitencia espacio-temporal y turbulencia de defectos. Estos fenómenos se están tratando de clasificar a partir de esquemas simples de la dinámica temporal. Mencionaremos más adelante las *estructuras coherentes localizadas* obtenidas también en las simulaciones de este sistema.

En el caso de la *bifurcación de onda* se establece una perturbación oscilatoria con un número de onda definido ( $k \neq 0$ ), que da lugar a *ondas viajeras* o *estacionarias*, descritas también por la ecuación de Ginzburg-Landau compleja, a la que hay que añadir en el miembro de la derecha un término de propagación  $v_g \partial_x A$  donde  $v_g$  indica la velocidad de grupo de las ondas. Esta inestabilidad se ha encontrado en convección en fluidos binarios, en modos de pared en la convección con rotación y en las ondas tensiotérmicas. En química se han observado ondas en catálisis de *CO* sobre superficie de *Pt*.

### 4. Caos en la fase

Aún suponiendo que el patrón fuese perfecto y que las amplitudes de los modos hayan saturado a un valor fijo ( $A = \mathcal{A} e^{i\phi}$ ), la invariancia frente a traslaciones hace que la fase resulte vulnerable frente a perturbaciones con gran longitud de onda (inestabilidades modulacionales,  $k = 0$ ). Como en

<sup>2</sup>Son como el esqueleto o el retrato robot de la inestabilidad: de ahí su relevancia.

otras simetrías rotas, el umbral de inestabilidad se determina con los modos marginales que ni se amplifican, ni decaen en el tiempo. Esos modos son análogos a los de Goldstone en física de partículas o en materia condensada, y producen *inestabilidades secundarias* del patrón de base. En el caso más simple –rollos estacionarios– éstas pueden ser: a) longitudinales; la longitud de onda se modula hasta desestabilizarlos (inestabilidad de Eckhaus), cuando el número de onda excede al crítico  $k_c$  ( $k = k_c + q$ ) en  $q = \pm \sqrt{\mu}/3$ , y b) transversales a los rollos, las ondulaciones crecen dando lugar a zig-zags para  $q < 0$ . En las proximidades de la inestabilidad longitudinal la fase del patrón  $\phi$  obedece a una *ecuación de fase* de la forma

$$\partial_t \phi = -\partial_x^2 \phi - \partial_x^4 \phi - \frac{1}{2} (\partial_x \phi)^2 \quad (4)$$

que constituye una ecuación prototipo –*ecuación de Kuramoto-Sivashinsky*– cuya forma resulta de las simetrías, y cuyos coeficientes se deducen de las ecuaciones de base sin necesidad de pasar por las de amplitud. Esta ecuación presenta una dinámica complicada que se conoce como *turbulencia de fase*, y constituye un modelo representativo para pasar del caos puramente temporal típico de sistemas disipativos con pocos grados de libertad, a dinámicas espacio-temporales complicadas, sin más que aumentar la longitud de integración.

## 5. Viejos moldes, nuevos arabescos

Los patrones más espectaculares se han hallado en ondas superficiales de un fluido sometido a vibración vertical, un fenómeno descrito en el cuaderno de trabajo de Faraday el 1 de julio de 1831, en una anotación encabezada con el comentario: *Mercury on a thin plate being vibrated in sunshine gave very beautiful effects of reflection*. Las vibraciones verticales de pequeña amplitud no rompen directamente ninguna simetría en el plano horizontal, pero producen ondas estacionarias con una frecuencia que es la mitad de la forzante (subarmónica). La periodicidad de las ondas que resultan es aproximadamente la que tiene un mayor crecimiento lineal, es decir, la determinada por la relación de dispersión de las ondas de capilaridad, pero las superposiciones de esas ondas dan lugar a patrones de gran riqueza. Desde el punto de vista experimental la gran ventaja de esta inestabilidad es que las escalas de tiempo son mucho más cortas que en la convección: los patrones aparecen en segundos y la migración de defectos, por ejemplo, sucede en minutos. Dependiendo de las condiciones del fluido las ondas se organizan en diferentes texturas: bandas, cuadrados, hexágonos y casirredes (quasilattices) de dodecágonos; para amplitudes altas, complejidad espacio-temporal, modulaciones de amplitud, defectos de diverso tipo.

Este fenómeno se resistió hasta hace bien poco a los análisis teóricos por la dificultad que conllevan una superficie móvil, las nolinealidades de las ecuaciones hidrodinámicas y el complicado papel de la viscosidad. Recientemente P. Chen y J. Viñals [10] propusieron unas aproximaciones sobre la interacción de ondas viajeras en distintas direcciones. Se llega a un conjunto de ecuaciones de amplitud en las que los coeficientes de acoplamiento dependen de los ángulos entre los vectores de onda y, simultáneamente de la frecuencia for-

zante. Ese conjunto se puede escribir en forma variacional cerca del umbral (se halla un funcional de Lyapunov del problema), de manera que el patrón seleccionado es el que minimiza el funcional, de manera semejante a como el estado cristalino minimiza la energía libre.

Pero la propuesta de W.S. Edwards y S. Fauve [11] de añadir una segunda frecuencia al forzado paramétrico vertical abrió las puertas a patrones insospechados. La original propuesta consistía en romper la simetría subarmónica entre las ondas superficiales y la forzante, al tomar ésta con una combinación de dos frecuencias  $f(t) = a [\cos \chi \cos (m \omega t) + \sin(\chi) \cos (l \omega T + \psi)]$  con idea de obtener nuevas roturas de simetría espaciales. Experimentalmente esa combinación no resulta difícil de conseguir y se dispone de tres parámetros dinámicos para variar: el cociente de frecuencias  $m/l$ , la amplitud de la oscilación  $a$  y el ángulo de mezcla de las componentes  $\chi$ . Nótese que, en efecto rompe una simetría temporal, pero no directamente las espaciales en el plano. En el forzado monofrecuencia la simetría subarmónica excluye los términos cuadráticos en las ecuaciones de amplitud, característicos de la mezcla de tres ondas (es el responsable genérico de la resonancia que da lugar a hexágonos). Por contra, con un forzado bifrecuencia, la crispación de la superficie libre responde subarmónica o armónicamente. La condición lineal de inestabilidad en este caso presenta lóbulos con múltiples mínimos, y ramas con diferentes simetrías. Variando convenientemente el ángulo de mezcla se logra “sintonizar” dos mínimos relativos para la misma amplitud en las cercanías del *punto bífítico*. En ese caso el sistema puede desestabilizarse con dos modos de paridad y número de onda distinto. Como, además, se pueden dar términos cuadráticos de acoplamiento (genéricamente combinan tres ondas) las combinaciones de patrones posibles resultan muy variadas: cuadrados, hexágonos, rombos, casipatrónes con simetría octogonal y dodecagonal (Fig. 4(a)), superredes cuadradas y hexagonales con dos modos (Fig. 4(b)), superredes subarmónicas con un sólo modo<sup>3</sup>. Todas estas texturas han sido observadas en distintos experimentos, el más completo de los cuales se debe a H. Arbell y J. Fineberg [12]. Este sistema constituye un banco de pruebas para los estudios teóricos basados en las formas normales con simetrías, y en ecuaciones de amplitud acopladas que están empezando a dar sus frutos.

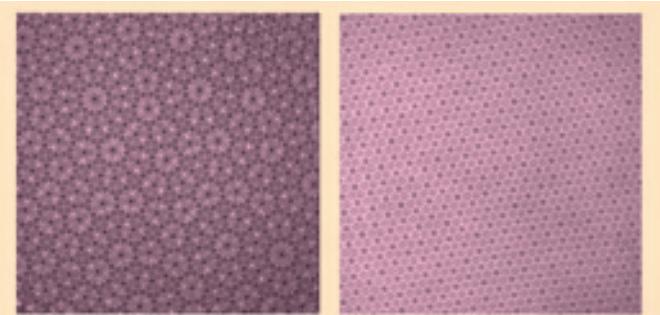


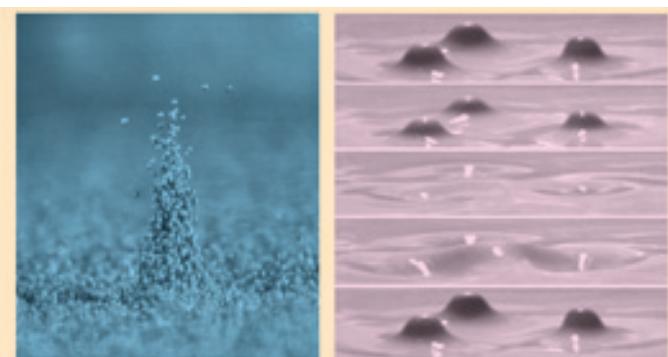
Figura 4. a) Estructura *casicristalina*, y b) patrón de *superred* (mezcla de dos redes hexagonales) en crispación de Faraday. (Cortesía de J. Gollub).

<sup>3</sup>Recuerdan las tracerías ornamentales de los alicatados, artesonados y ventanales de inspiración árabe.

## 6. Estallidos en un mar en calma

En la convección oscilatoria en mezclas de fluidos se detectaron *estructuras localizadas* consistentes en una pequeña mancha en cuyo interior las ondas se propagan. Estas estructuras resultan de interés porque tienen características semejantes a las de los *solitones* disipativos, pues la nolinealidad focaliza la energía, contrariamente a lo que uno espera en presencia de disipación.

En la búsqueda de ese tipo de estructura destacan los *oscilones*, zonas casi circulares que oscilan entre conos y cráteres, fuertemente localizadas en todas direcciones y sin estructura interna, que son como un estallido en un mar en calma. Estos se obtuvieron primero en una capa vibrada de diminutas bolitas de bronce (como se muestra en la Fig. 5(a)) y, más tarde, en líquidos viscosos (Fig. 5(b)). También se han obtenido en el marco de la ecuación de Ginzburg-Landau compleja, debido al balance entre la dispersión y la nolinealidad, o la amplificación nolineal y la disipación, pero todavía no disponemos de una teoría general que explique el mecanismo de estas estructuras, ni sus características. Físicamente los oscilones parecen formarse de manera similar a los *chorros locales* que resultan al dejar caer una gota sobre la superficie plana de un líquido desde una altura suficiente. La gota forma un *cráter* que colapsa radialmente hacia adentro, focalizando la energía cinética, y por tanto, la velocidad axial, hasta emitir un *chorro local* que emerge hacia arriba. Se han observado tanto con el forzado normal como con forzado bifrecuencia<sup>4</sup>.



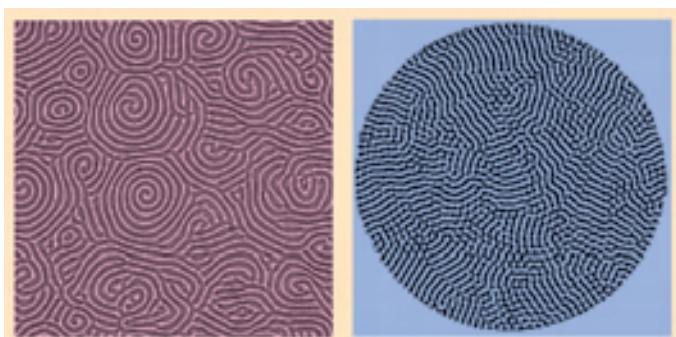
**Figura 5.** a) *Oscilón* en crispación de Faraday en un medio granular. (Cortesía de H. Swinney). b) Grupo de tres oscilones en crispación de Faraday en agua con arcilla. (Cortesía de J. Fineberg)

## 7. Patrones en la tormenta

En los sistemas convectivos se conocen perfectamente la ecuaciones de evolución y las condiciones de contorno, se consigue una regulación óptima con equipos convencionales, y se alcanzan medidas muy precisas. Esto los convierte en firmes candidatos para analizar la relación entre el caos local y la dinámica global de los patrones, a medida que se aumenta el parámetro de control o se añaden otros. Ya hemos comentado las rutas hacia el caos que se obtuvieron en recipientes con pocas celdas convectivas. En esta sección queremos recordar algunos resultados recientes sobre el caos “extensivo” y la turbulencia “dura” en convección.

En el caso de la convección en gases comprimidos, para los cuales el campo térmico sigue al de velocidad (bajo número de Prandtl  $Pr \sim 1$ ) hay que tener en cuenta el acoplamiento entre la vorticidad vertical con los otros campos (componentes de velocidad, temperatura), que da lugar a un *flujo medio*. Ese modo es responsable de la curvatura de los rollos que lleva a la formación de *espirales*, *dianas*, *dislocaciones*, *disclinaciones*, *fronteras de grano*, como se observa en la Fig. 6(a). Se denomina a este fenómeno *caos espiral*.

No resulta fácil reducir las ecuaciones de amplitud para ese tipo de modos globales, de modo que se acude a modelos (generalizaciones del de Swift-Hohenberg) y, más recientemente a simulaciones tridimensionales de las ecuaciones hidrodinámicas. El número de modos activos (que presentan un exponente de Lyapunov positivo) crece con el tamaño del dominio de simulación, es decir, se trata de una *magnitud extensiva* en sentido termodinámico, lo cual sugiere la existencia de “unidades” caóticas que generan la complejidad espacio-temporal. Un estudio reciente [13] demuestra que los “modos” más peligrosos son las *reconexiones* entre las bandas, y no el núcleo de las espirales como sucede en los sistemas excitables (reacción de Belousov-Zabothinsky).



**Figura 6.** a) *Caos espiral* en CO<sub>2</sub> comprimido (bajo  $Pr$ ) (Cortesía de E. Bodenschatz) b) *Caos de dominios* debida a la inestabilidad de Küppers-Lortz en un fluido en convección con rotación. (Cortesía de G. Ahlers)

Otro fenómeno destacable se presenta en *convección con rotación*, en la cual un patrón estacionario de bandas o hexágonos sufre una inestabilidad oscilatoria. También en este caso el control experimental es excelente y esta dinámica complicada se obtiene para calentamientos y rotaciones modestos. La rotación proporciona un nuevo grado de libertad, y presenta una bifurcación supercrítica a partir del cual los rollos son reemplazado periódicamente por otros orientados un ángulo de 58° (inestabilidad de Küppers-Lortz). Los patrones formados espontáneamente presentan defectos, de manera que esa inestabilidad da lugar a un *caos de dominios*, es decir, zonas de rollos con forma y orientación cambiante, cuya naturaleza no se ha podido aclarar todavía. Es obvio que no se pueden aplicar ecuaciones de amplitud a este caso, de manera que se acude a modelos de tipo Swift-Hohenberg generalizado o a simulaciones directas para analizar el origen de la complejidad, y las leyes de escalas encontradas en los experimentos.

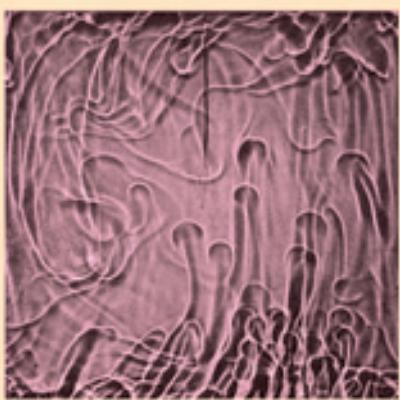
Hemos de aludir, dada su importancia, a las discusiones sobre la *turbulencia dura* que se obtiene especialmente bien

<sup>4</sup>Se pueden ver imágenes de los oscilones en barros en la dirección: <http://chem.ch.huji.ac.il/~olegl/Oscillons/Oscillons.htm>.

<sup>5</sup>El inconveniente mayor que presentan es la lentitud de las variaciones

—por tratarse de un sistema cerrado y de montaje asequible— en celdas convectivas con una altura de fluido del orden del metro. (“Tormentas en un barril”). Se miden propiedades medias y fluctuaciones, se visualizan los flujos (véase la Fig. 7) y se determinan las velocidades y temperaturas locales. En esas condiciones la convección arranca para calentamientos inapreciables, pero se miden valores hasta en once órdenes de magnitud, lo cual lo convierte en un sistema ideal para determinar *leyes de escala* de la dependencia del transporte de calor (número de Nusselt  $Nu$ ) en función de los dos números adimensionales del sistema: el de Rayleigh (calentamiento)  $Ra$  y el de Prandtl (viscosidad frente a difusividad térmica)  $Pr$ .

En el flujo de la Fig. 7 se aprecian motivos repetitivos y, simultáneamente una omnímoda variación de modos activos—plumas, capas límite térmicas y viscosas, zonas de mezcla, chorros, etc.— que interactúan entre ellos con gran variabilidad, de manera caótica. Las predicciones teóricas se basan en hipótesis de escala sobre las estructuras que se observan. Por ejemplo, en un régimen en que la circulación global fuese el principal agente transportador del calor se tendría  $Nu \sim Ra^{1/2}$ ; otro en el que dominase la emisión de plumas daría  $Nu \sim Ra^{1/3}$ . Los experimentos con diferentes fluidos dan exponentes distintos por lo que la cuestión de un régimen turbulento “final” sigue siendo una cuestión controvertida [14].



**Figura 7.** Vista vertical de una celda convectiva con turbulencia desarrollada para números de Rayleigh altos. Se distinguen plumas térmicas ascendentes (calientes) en la parte derecha, y descendentes (frías) a la izquierda (Cortesía de A. Libchaber).

Como resumen de lo tratado sírvanos el comentario de Leo Kadanoff [14]:

*Studies of specific complex situations, for example the Rayleigh-Bénard cell, have taught us lessons—homilies—about the behaviour of systems with many degrees of freedom. These general ideas have broad applicability, but their use requires care and good judgment... So, even though there is apparently no science of complexity, there is much science to be learned from studying complex systems. Finally, we have learned that no theory of everything can include every interesting think.*

## 8. El panorama español

Obviamente aquí hemos presentado una selección de los fenómenos en los que se forman patrones regulares. Hemos

preferido detenernos en aquellos que surgen en fluidos y en reacciones químicas, por ser los dominios de los que nos ocupamos en la actualidad. Dejemos para otros autores las interesantísimas inestabilidades morfológicas en crecimiento cristalino, las de mojado de tipo Saffman-Taylor, las de fractura, la electrodeposición, las inestabilidades de cizalla.

Es gratificante constatar como la actividad sobre estos temas se ha incrementado en nuestro país en las últimas décadas, tanto en cantidad como en calidad. También destaca la variedad de colaboraciones con eminentes grupos de otros países y la consolidación de congresos nacionales, reuniones sectoriales, redes. Sin pretender ser exhaustivos, ni demasiado precisos, déjese señalar la actividad actual en inestabilidades de mojado (J. Casademunt, A. Hernandez-Machado, J. Ortín, J.M. Sancho, UB), inestabilidades en cristales líquidos (J. Salán, UB), inestabilidades hidrodinámicas (E. Crespo, J. de la Rubia, M. A. Rubio, UNED), inestabilidades morfológicas (L. Ramírez de la Piscina, UPC; A. Sánchez, R. Cuerno, UCIII), inestabilidades convectivas y centrífugas (F. Marqués, I. Mercader, M. Net, J. Sánchez, UPC, E. Hernández y O. Piro, UIB; y J. Cartwright, CSIC), inestabilidades químicas (F. Sagües, UB; V. Pérez-Villar, V. y A. Pérez-Muñoz, USC), inestabilidades en láseres (J. García-Ojalvo y R. Vilaseca, UPC; R. Corbalán y G. Orriols, UAB; M. San Miguel, R. Toral, P. Colet y S. Balle, UIB), sistemas con forzado (E. Hernández, O. Piro, M. San Miguel, R. Toral, UIB), inestabilidades eléctricas (L.L. Bonilla, UCIII), sistemas con superficie libre y solitones (M.G. Velarde, UCM) inestabilidades tensiotérmicas (H. Mancini y C. Pérez, UN; H. Herrero, UCLM), crispación de Faraday (M. Torres, F.R. Montero de Espinosa y D. García-Pablos, CSIC, Madrid; J. M. Vega, UPM), diversos aspectos de la turbulencia (J. Jiménez-Sendín, A. Liñán, UPM; F. Giralt, URV; C. Dopazo, CIEMAT; A. Lozano, UZ), inestabilidades en puentes líquidos (J. Meseguer, UPM), sistemas electrohidrodinámicos (A. Barrero y A. Castellanos, US). Y seguro que me dejó unos cuantos: que no me lo tengan en cuenta.

## Bibliografía

- [1] C. NORMAND, Y. POMEAU Y M.G. VELARDE, *Rev. Mod. Phys.*, **49** (1977) 581.
- [2] L.D. LANDAU Y E.M. LIFSHITZ, *Mecánica de Fluidos* (Editorial Reverté, Barcelona, 1969).
- [3] P. BERGÉ, Y. POMEAU Y CH. VIDAL, *L'Ordre dans le Chaos* (Hermann, Paris, 1984).
- [4] M.C. CROSS Y P. C. HOHENBERG, *Rev. Mod. Phys.*, **65** (1993) 851.
- [5] M.I. RABINOVICH, A.B. EZERSKY Y P.D. WEIDMAN, *The Dynamics of Patterns* (World Sci. Pub, Singapore, 2000).
- [6] I.S. ARANSON Y L. KRAMER, *Rev. Mod. Phys.*, **74** (2002) 99.
- [7] P. MANNEVILLE, *Structures Dissipativas, Chaos et Turbulence* (Aléa Saclay, Paris, 1991).
- [8] D. WALGRAEF, *Spatio-Temporal Pattern Formation* (Springer, New York, 1997).
- [9] A.C. NEWELL, T. PASSOT Y J. LEGA, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **25** (1993) 399.
- [10] P. CHEN Y J. VIÑALS, *Phys. Rev. Lett.*, **79** (1997) 2670.
- [11] W.S. EDWARDS Y S. FAUVE, *J. FLUID MECH.*, **278** (1994) 123.
- [12] H. ARBELL Y J. FINEBERG, *Phys. Rev. E*, **65** (2002) 036224-29 p.
- [13] D. A. EGOLF, I. V. MELNIKOV, W. PESCH Y R.E. ECKE, *Nature* **404** (2000) 733.
- [14] L.P. KADANOFF, *Phys. Today*, August 2001, p. 34.

**Carlos Pérez-García**  
está en el Instituto de Física. Univ. de Navarra. Pamplona