

# Fluctuaciones brownianas y atomicidad

Juan Manuel Rodríguez Parrondo

## 1. Introducción

De las tres grandes proezas intelectuales de Albert Einstein cuyo centenario ahora celebramos, la teoría del movimiento browniano puede decirse que es la “hermana pobre”. En ocasiones incluso se cita a Einstein para enfatizar la relevancia del movimiento browniano, mientras que la teoría especial de la relatividad y la explicación del efecto fotoeléctrico no parecen necesitar semejante aval. A pesar de ello, para la física de 1905 y para el propio Einstein, su “Sobre el movimiento, requerido por la teoría cinético-molecular del calor, de partículas pequeñas suspendidas en líquidos en reposo” [1] supuso una contribución colosal: la primera prueba directa de la vieja teoría atómica de Leucipo y Demócrito, es decir, de la naturaleza discreta de la materia. Más aún, el artículo más citado de Einstein es precisamente su tesis doctoral en la versión que publicó *Annalen der Physik* en 1906<sup>1</sup>.

Son tres los trabajos publicados o desarrollados a lo largo del *annus mirabilis* y relacionados con la realidad de las moléculas. El primero de ellos es su tesis doctoral, “Un nuevo modo de determinar las dimensiones moleculares” [4], terminada el 30 de abril de 1905, enviada a la Universidad de Zurich el 20 de julio y publicada con ligeras variaciones en los *Annalen der Physik* en 1906 [5]. El segundo es el primer artículo sobre el movimiento browniano [1], enviado a los *Annalen* el 11 de mayo y publicado el 18 de julio. El tercero, “Sobre la teoría del movimiento browniano” [6], se envía en diciembre de 1905 y se publica en 1906<sup>2</sup>.

## 2. Einstein y la realidad de las moléculas

### 2.1. De las disoluciones a las partículas brownianas

Podríamos decir que existe una sola línea argumental en los tres trabajos de 1905. Consiste en explotar y llevar hasta sus últimas consecuencias la idea fundamental de la teoría cinético-molecular: *la materia está constituida por partículas cuyo comportamiento no difiere del de partículas macro o mesoscópicas*. El comportamiento de las moléculas del soluto en una disolución o el de partículas que flotan en un líquido debe ser por tanto análogo y producir los mismos efectos que el movimiento de las moléculas de un gas.

Son éstos los dos pasos conceptuales del trabajo de Einstein: 1) identificar las moléculas de un gas ideal con las de un soluto en una disolución; y 2) identificar las moléculas de un soluto con partículas mesoscópicas en suspensión.

La primera identificación, que Einstein utiliza en su tesis doctoral, se encontraba ya muy desarrollada en el análisis que van't Hoff realizó en la década de 1880 de los experimentos de Wilhelm Pfeffer con membranas semipermeables ([2], sec. 5b). La presión osmótica  $P$  de  $n$  moles de sustancia disuelta en un volumen  $V$  a temperatura  $T$  obedece una ecuación idéntica a la de los gases ideales  $PV = nRT$ , incluso en el valor numérico de la constante  $R$ . Es evidente entonces que el gas ideal y la disolución tienen algo en común. Para van't Hoff, este “algo en común” eran las moléculas. Recibió el primer Nobel de química en 1901 y en el discurso de presentación, pronunciado por C.T. Odhner, Presidente de la Academia Sueca de Ciencias, se dijo de él que “había demostrado que la presión de un gas y la presión osmótica son idénticas y, por tanto, que las moléculas mismas en fase gaseosa y en disolución son también idénticas. En consecuencia, el concepto de molécula en química ha resultado firme y universalmente válido, en un grado hasta ahora no soñado” ([2], p.<sup>3</sup> 100).

La segunda idea proviene originalmente de Einstein. En su tesis leemos: “con respecto a su movilidad en el seno del solvente y su efecto sobre la viscosidad de éste, una molécula [de soluto] se comportará aproximadamente como un sólido suspendido en el solvente”<sup>4</sup>. Es sin embargo en el artículo de 1905 [1] cuando la identificación de moléculas en disolución y cuerpos en suspensión se expresa de una forma más viva: “De acuerdo con esta teoría [cinético-molecular] una molécula en disolución se diferencia de un cuerpo en suspensión *únicamente* por sus dimensiones, y no está claro por qué un cierto número de partículas en suspensión no debería producir la misma presión osmótica que produciría el mismo número de moléculas [de soluto]”. [1]

Con estas dos ideas se llega a la conclusión de que el movimiento de una partícula suspendida en un fluido no puede diferir, al menos cualitativamente, del movimiento de una molécula de un gas. Tiene por tanto que experimentar un movimiento errático que Einstein no se atreve en un principio a identificar con el movimiento browniano, del que tiene escasa información. Recordemos que el título de su primer artículo de 1905 no menciona el movimiento browniano y Einstein sólo se refiere a él en el comienzo y de forma muy prudente: “es posible que los movimientos que se van a discutir aquí sean idénticos al llamado ‘movimiento browniano molecular’; sin embargo, la información que poseo sobre este fenómeno es tan falta de precisión, que no puedo aún formarme un juicio sobre la cuestión” [1].

<sup>1</sup>Recogen esta dato tanto Pais [2] como Stachel [3]. Sin embargo, comprobarlo en el *ISI Web of Science* no es tarea fácil. Aparecen 68 entradas que corresponden a toda clase de variaciones y citas erróneas de los cinco artículos que Einstein publicó en ese año. Lo mismo ocurre con los artículos de 1905.

<sup>2</sup>Los originales en alemán de todos los artículos de Einstein publicados en *Annalen der Physik* entre 1901 y 1922 se pueden conseguir gratuitamente en <http://www.physik.uni-augsburg.de/annalen/history/>.

<sup>3</sup>Los números de páginas del libro de Pais [2] se refieren a la versión española.

<sup>4</sup>Einstein no estudió cuerpos en suspensión en su tesis. Sin embargo, incluye la afirmación anterior porque aplica a las moléculas del soluto la ley de fricción de Stokes, deducida en principio para cuerpos macroscópicos.

## 2.2. El triunfo de la hipótesis molecular

La realidad de las moléculas se pone de manifiesto en los trabajos de Einstein de dos formas. La primera de ellas es la coincidencia de las estimaciones del número de Avogadro obtenidas mediante experimentos muy distintos. Einstein diseñó al menos siete experimentos de este tipo: cinco de ellos en 1905, otro en 1908 y uno en 1910, basado en la opalescencia crítica (véase [2] p. 107). La segunda manifestación de la naturaleza discreta de la materia son las propias fluctuaciones térmicas, que, tal y como predice la teoría de Einstein [1], pueden observarse a través del microscopio.

Son muchos los que se asombran de que la hipótesis atómica no fuera completamente aceptada hasta 1905. Es cierto que, desde Newton, la física utilizó los átomos como hipótesis de trabajo, culminando con el desarrollo de la mecánica estadística de Maxwell, Boltzmann y Gibbs a finales del XIX. Sin embargo, la realidad de las moléculas estuvo siempre en cuestión, como lo reflejan las palabras de Odhner en la ceremonia de los Nobel de 1901. Alguien tan influyente en la física de principios del siglo XX como Ernst Mach, fiel por otra parte a su ideario positivista, afirmaba incluso en 1910 que “no sería apropiado para la ciencia física ver en las cambiantes y económicas herramientas que ella misma ha creado –moléculas y átomos– realidades más allá de los fenómenos [...] Él átomo debe mantenerse como herramienta” (citado en [2], p. 96).

En este contexto, los trabajos de Einstein fueron claves para la completa aceptación de la realidad de las moléculas. Prueba de ello es el reconocimiento de uno de sus más acérrimos opositores, F.W. Ostwald, quien cedió finalmente en 1908 ante las evidencias proporcionadas por los experimentos con electrones y partículas brownianas: “[estos experimentos] permiten, incluso al científico más cauto, hablar de una prueba experimental de la constitución atomística del espacio ocupado por la materia”.

## 3. La tesis doctoral

De la tesis de Einstein: “Un nuevo modo de determinar las dimensiones moleculares”, existen varias versiones. Como ya hemos mencionado, fue publicada en los *Annalen* en 1906 [5]. La tesis original y la versión de los *Annalen* son idénticas salvo en un apéndice en donde se hace uso de datos más recientes de la viscosidad y el coeficiente de difusión de disoluciones de azúcar. En 1911, Einstein publica en los *Annalen* un artículo titulado “Correcciones a mi artículo: Un nuevo modo de determinar las dimensiones moleculares” [9], en donde se corrigen algunos errores, fundamentalmente numéricos, de las dos versiones anteriores<sup>5</sup>.

El principal objetivo de la tesis de Einstein era el diseño de un método para medir el número de Avogadro  $N$ . Derivó para ello dos ecuaciones que ligaban cantidades medibles con  $N$  y el radio  $a$  de las moléculas de una sustancia disuelta en un líquido.

## 3.1. Viscosidad y volumen excluido

La primera de estas ecuaciones relaciona la viscosidad  $\eta^*$  de una disolución y la viscosidad  $\eta$  del solvente puro:

$$\eta^* = \eta \left( 1 + \frac{5}{2} \frac{4}{3} \pi a^3 \rho \right) \quad (1)$$

en donde  $\rho$  es el número de partículas de soluto por unidad de volumen de disolución, que se puede expresar fácilmente en función del número de Avogadro  $N$  y la densidad molar  $n$  del soluto,  $\rho = Nn$ . El factor adimensional  $4\pi a^3 \rho / 3$  es por tanto la fracción de volumen de disolución ocupada por el soluto. Einstein utilizó datos de disoluciones de azúcar (peso molecular 342 g/mol) de concentración 1% (en masa). Como la densidad de dicha disolución es 1.00388 kg/l, en un litro de disolución al 1% hay 10.0388 g de azúcar. La densidad molar del azúcar disuelta es entonces  $n = 10.0388 / 342 = 0.02934$  mol/l. Por otro lado, para estas disoluciones y para el agua pura, las viscosidades  $\eta^*$  y  $\eta$  habían sido medidas en 1905 y su cociente se estimaba en 1.0245. Por lo tanto:

$$N \frac{4\pi a^3}{3} = \frac{2}{5n} \left[ \frac{\eta^*}{\eta} - 1 \right] = \frac{2 \times 0,0245}{5 \times 0,02934 \text{ mol/l}} \approx 0,334 \quad (2)$$

o, tal y como aparece en la tesis, con la corrección de 1911,  $Na^3 \approx 80 \text{ cm}^3$ .

Este resultado no es sorprendente. En realidad,  $4\pi Na^3/3$ , debería ser el volumen que ocupan las moléculas de un mol de azúcar. Este volumen se puede obtener de forma muy sencilla: basta disolver un mol de azúcar en agua y medir el incremento de volumen, que será  $\Delta V \approx 4\pi Na^3/3$ . Einstein realiza este sencillo cálculo en su tesis y obtiene  $\Delta V \approx 0.219$  l. Le extraña que el volumen que resulta de la ecuación (2) sea, aproximadamente, 1.5 veces mayor y reconoce que “este resultado es difícil de explicar mediante la teoría molecular, si no es suponiendo que las moléculas de azúcar presentes en la disolución limitan la movilidad del agua adyacente, de modo que una cantidad de agua, cuyo volumen es aproximadamente 1.5 veces el volumen de la molécula de azúcar, se mueve solidariamente con ella”.

De todo ello se concluye que la ecuación (1) es esencialmente macroscópica, puesto que la magnitud  $aN^3 \approx 80 \text{ cm}^3$  es en realidad un volumen molar, con la correspondiente corrección hidrodinámica.

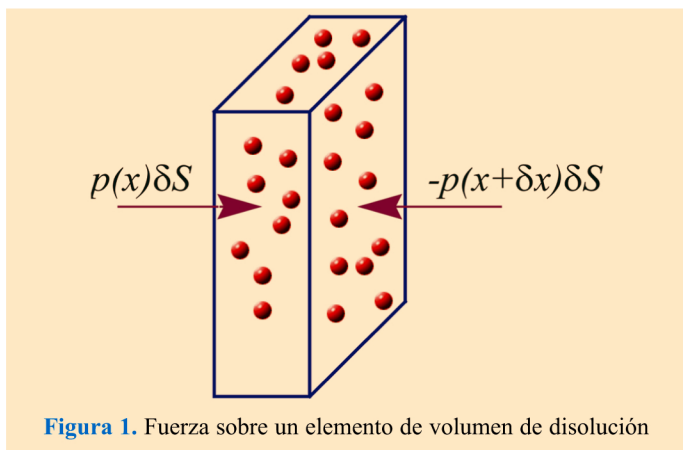
## 3.2. La relación de Einstein

La segunda ecuación fundamental de la tesis, la llamada *relación de Einstein*, contiene una información más valiosa. Para derivarla, Einstein analiza el comportamiento de las moléculas de soluto en una disolución en donde la concentración  $\rho(x)$  (número de moléculas de soluto por unidad de volumen de disolución) no es uniforme. Merece la pena repetir el argumento de Einstein con detalle, por el modo como aplica y combina visiones macro y microscópica de la materia.

Recordemos que la presión osmótica es una fuerza que ejercen las moléculas del soluto sobre membranas permea-

<sup>5</sup>En el libro de Dover [8] se reproduce en inglés el artículo de 1906 con las correcciones de 1911. Una versión también en inglés de la tesis original, sin las posteriores correcciones, se puede encontrar en el libro de Stachel [3]. Nosotros aquí reproduciremos los resultados ya corregidos.

bles al solvente e impermeables al soluto. Por otra parte, una membrana de este tipo es obviamente capaz de detener la difusión del soluto y mantener una concentración no uniforme en la disolución. Es decir, podemos detener la difusión del soluto aplicando a sus moléculas una fuerza igual y de signo contrario a la fuerza derivada de la presión osmótica. Por tanto, la difusión se puede considerar como el movimiento producido por una fuerza efectiva de igual magnitud y signo que la fuerza que sentiría una membrana semipermeable en el seno de la disolución.



Si consideramos un pequeño elemento de volumen de disolución, como en la figura 1, la fuerza a lo largo del eje  $x$  debida a la presión osmótica sobre dicho elemento será:

$$F_{osm,x} = [p(x) - p(x + \delta x)] \delta S \quad (3)$$

en donde  $p(x)$  es la presión osmótica, que puede depender de la posición  $x$ , y  $\delta S$  es la sección del elemento de volumen. Como en el elemento de volumen hay  $\rho(x)\delta S\delta x$  moléculas, la fuerza efectiva que sufre cada molécula *individual* de soluto es:

$$F_{molec,x} = \frac{F_{osm,x}}{\rho(x)\delta S\delta x} = -\frac{1}{\rho(x)} \frac{dp(x)}{dx} \quad (4)$$

Si ahora aplicamos el resultado de van't Hof,  $p(x) = \rho(x)kT$ , siendo  $k$  la constante de Boltzmann<sup>6</sup>, llegamos a:

$$F_{molec,x} = \frac{kT}{\rho(x)} \frac{d\rho(x)}{dx} \quad (5)$$

Insistimos, como hace Einstein en su tesis, en que las moléculas del soluto no sienten realmente la presión osmótica. Sin embargo, si ejerciéramos sobre cada molécula una fuerza igual y de sentido contrario a  $F_{molec,x}$  detendríamos la difusión del soluto. Por tanto, podemos considerar que el movimiento difusivo de cada molécula de soluto es idéntico al que experimentaría dicha molécula si estuviera sometida a la fuerza  $F_{molec,x}$ .

Una vez conocida la fuerza sobre cada molécula de soluto, Einstein aplica la ley de fricción de Stokes para deducir la velocidad de dicha molécula<sup>7</sup>:

$$v(x) = \frac{F_{molec,x}}{\gamma} = -\frac{kT}{\gamma\rho(x)} \frac{d\rho(x)}{dx} \quad (6)$$

en donde  $\gamma = 6\pi\eta a$  es el coeficiente de fricción de una molécula de soluto en el seno del solvente. La *corriente* o masa de soluto que atraviesa una sección de superficie unidad es:

$$J(x) = v(x)\rho(x) = -\frac{kT}{\gamma} \frac{d\rho(x)}{dx} \quad (7)$$

Comparando esta ecuación con la ley de Fick, conocida desde mediados del siglo XIX:

$$J(x) = -D \frac{d\rho(x)}{dx} \quad (8)$$

en donde  $D$  es el coeficiente de difusión del soluto en el solvente, llegamos a la conocida *relación de Einstein*:<sup>8</sup>

$$D = \frac{kT}{\gamma} = \frac{kT}{6\pi\eta a} = \frac{RT}{6\pi\eta Na} \quad (9)$$

siendo  $R$  es la constante de los gases ideales. Con los datos de que disponía Einstein en 1911 ( $D = 0.384 \text{ cm}^2/\text{día}$ ,  $\eta = 0.00135 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , a  $9.5^\circ\text{C}$ ), se obtiene:

$$Na = \frac{RT}{6\pi\eta D} = \frac{8,31 \text{ J} \cdot \text{mol/K} \times 284,5 \text{ K}}{6\pi \times 0,00135 \text{ Pa} \cdot \text{s} \times 0,384 \text{ cm}^2 / \text{día}} \approx 2,09 \times 10^{14} \text{ m} \quad (10)$$

Finalmente, combinando las ecuaciones (2) y (10), se obtiene<sup>9</sup>  $N = 3.4 \times 10^{23}$ .

#### 4. El artículo sobre el movimiento browniano

A los pocos días de acabar la tesis doctoral, Einstein envía a los *Annalen* su artículo acerca del movimiento browniano: “Sobre el movimiento, requerido por la teoría cinético-molecular del calor, de partículas pequeñas suspendidas en líquidos en reposo” [1].

La ecuación (9), deducida esta vez para partículas en suspensión en lugar de para moléculas de una sustancia disuelta en un fluido, es de nuevo uno de los puntos claves del artículo. El otro es una ecuación para la constante de difusión  $D$ . Al contrario de lo que ocurre para la disolución de azúcar, la constante de difusión no se conocía para un conjunto de partículas en suspensión. Sin embargo, el radio de las partículas,  $a$ , sí puede medirse en un microscopio. Por tanto, necesitamos ahora una nueva ecuación que relacione la constante de difusión con alguna otra cantidad observable.

<sup>6</sup>Einstein no escribió la constante de Boltzmann hasta 1909. Hasta entonces escribe siempre  $R/N$ , siendo  $R$  la constante de los gases ideales.

<sup>7</sup>Curiosamente, habla de velocidad y no de *velocidad media*.

<sup>8</sup>El físico australiano William Sutherland llegó al mismo resultado de forma independiente y en 1905. La ecuación (9) debería en justicia denominarse relación de Sutherland-Einstein.

<sup>9</sup>Einstein obtuvo en su tesis el valor  $N = 2.1 \times 10^{23}$  debido a los errores que ya se han comentado [3]. El valor  $N = 3.3 \times 10^{23}$  se obtiene si se utilizan las expresiones correctas, que Einstein publicó en 1911 [9], junto con los datos de 1905. Finalmente, utilizando los datos de 1906 [5] y las expresiones correctas se obtiene  $N = 6.56 \times 10^{23}$ . Estos dos últimos valores son los que se encuentran en la edición de Dover [8].

Para obtenerla, Einstein analiza el movimiento errático de la partícula browniana utilizando argumentos probabilísticos. En primer lugar, deduce una ecuación de difusión para el número  $\rho(x,t)$  de partículas brownianas por unidad de volumen:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \rho(x,t)}{\partial x^2} \quad (11)$$

Supone entonces que las partículas son independientes y ello le permite identificar  $\rho(x,t)$  con “el número de partículas cuya coordenada, en el intervalo de tiempo entre 0 y  $t$ , ha aumentado en una cantidad entre  $x$  y  $x+dx$ ”. A la luz de esta nueva interpretación de  $\rho(x,t)$ , resuelve (11) imponiendo como condición inicial una distribución delta de Dirac, calcula el segundo momento de la solución y encuentra la conocida relación de fluctuación-disipación:

$$\langle x(t)^2 \rangle = 2Dt \quad (12)$$

en donde  $x(t)$  es la posición en el tiempo  $t$  de cada partícula en suspensión con respecto a su posición inicial en  $t = 0$ . El significado del valor medio  $\langle \cdot \rangle$  merece un comentario más detallado.

En mecánica estadística, las probabilidades y valores medios admiten dos interpretaciones. El valor medio  $\langle A \rangle$  de una magnitud observable puede interpretarse como: a) un valor medio sobre subsistemas independientes o sobre experimentos idénticos e independientes (valores medios sobre colectividades); o b) un valor medio sobre medidas realizadas en un único sistema en tiempos distintos (valor medio temporal). Cada una de estas interpretaciones tiene ciertos inconvenientes: el valor medio sobre colectividades no puede aplicarse a sistemas individuales, mientras que el valor medio temporal se encuentra con dificultades al intentar definirlo en sistemas fuera del equilibrio. Aunque el teorema ergódico asegura que, bajo ciertas condiciones, ambos valores medios coinciden, existen aún discrepancias acerca de cuál de las dos interpretaciones tiene un significado físico más claro [11].

En el artículo de 1905,  $\langle x(t)^2 \rangle$  se interpreta como la media de los desplazamientos cuadráticos de un gran número de partículas brownianas, es decir, se utiliza la primera de las interpretaciones. Sin embargo, Pais afirma que Einstein prefería la interpretación b) de promedios temporales ([2] p. 76). Es algo sorprendente que, a pesar de que el movimiento browniano es un fenómeno en el que ambas interpretaciones se ponen a prueba, Einstein no discutiera este asunto en ninguno de sus artículos.

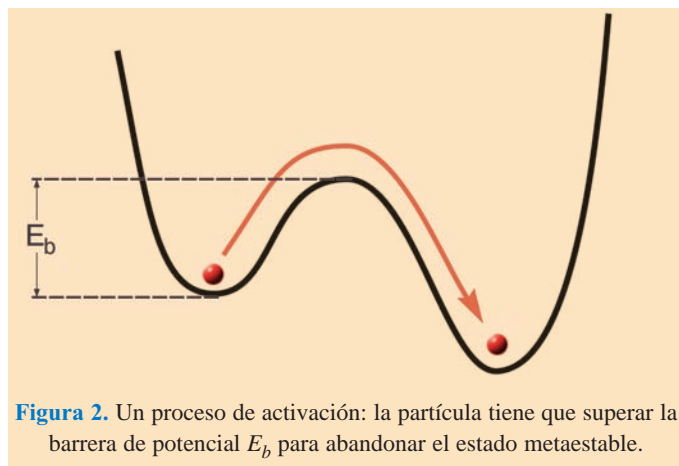
El movimiento browniano es también una evidencia del carácter probabilístico de la segunda ley de la termodinámica. Poincaré lo manifiesta en 1904 de una forma muy elocuente: “[al contemplar el movimiento browniano] vemos ante nuestros ojos ora movimiento transformándose por fricción en calor, ora calor transformándose inversamente en movimiento” y, en 1900: “uno creería ver el demonio de Maxwell en funcionamiento” (citado en [2] p. 106). De nuevo sorprende que Einstein, cuyas primeras investigaciones entre 1900 y 1904 versaron sobre los fundamentos de la mecánica estadística, abandonara casi por completo estas cuestiones, que sí fueron tratadas por otros científicos de su tiempo, como Szilard, Smoluchovski o Brillouin [12]. Según

Pais, una de las razones de la explosiva creatividad de Einstein en 1905 “bien puede haber sido la liberación que experimentó ese año al alejarse de las cuestiones altamente matemáticas de [la] fundamentación [de la mecánica estadística], que no concordaban con su espíritu científico” ([2] p. 88). Sabemos que mantuvo un cierto interés por estos temas. Por ejemplo, el biógrafo de Paul Ehrenfest, M. Klein, nos dice que, en el primer encuentro con Einstein en 1912, después de los primeros saludos “su conversación giró en seguida hacia la física, y se sumergieron en una discusión sobre la hipótesis ergódica” (citado en [2] p. 81). Sin embargo, y desgraciadamente, poco sabemos de las opiniones de Einstein acerca de los temas claves de la fundamentación de la mecánica estadística, como la interpretación de la probabilidad, la relación entre entropía e información, o el demonio de Maxwell.

## 5. La importancia de las fluctuaciones

El trabajo de Einstein sobre el movimiento browniano fue más tarde refinado desde distintos puntos de vista. Él mismo publicó el artículo ya mencionado de 1906 [6], una breve nota en 1907 sobre la velocidad de las partículas brownianas [13] y un artículo de revisión, sugerido por R. Lorentz, en 1908 [7], todos ellos recopilados en la edición de Dover [8]. Langevin simplificó el estudio del movimiento de la partícula browniana suponiendo que ésta sufría una fuerza aleatoria y resolviendo la ecuación de Newton correspondiente. Con ello inició el estudio de las llamadas ecuaciones diferenciales estocásticas [14], un campo de la teoría de la probabilidad con numerosas aplicaciones en física, química, biología, ingeniería y economía. Ornstein mejoró en 1918 la relación de fluctuación-disipación (12) y en la primera mitad del siglo XX se realizaron varios intentos de demostrar la ecuación de Langevin a partir de primeros principios, utilizando técnicas de proyectores y baños térmicos de osciladores armónicos.

Pero las fluctuaciones térmicas tienen lugar en cualquier sistema a una cierta temperatura. Son responsables del llamado *ruido térmico* en resistencias y circuitos eléctricos. En una ruptura espontánea de simetría, las fluctuaciones se amplifican alcanzando rangos macroscópicos, como ocurre en la opalescencia crítica. Finalmente, desencadenan los llamados *procesos de activación* en los que una partícula browniana o, de forma más general, un grado de libertad sometido a fluctuaciones térmicas como, por ejemplo, una coorde-



**Figura 2.** Un proceso de activación: la partícula tiene que superar la barrera de potencial  $E_b$  para abandonar el estado metaestable.

nada química, escapa de un estado metaestable saltando una barrera de potencial de tamaño  $E_b$  (ver figura 2). A temperatura  $T$ , el ritmo al que se producen dichos saltos es proporcional al factor de Arrhenius,  $e^{-E_b/(kT)}$ . En 1940, H.A. Kramers [15], aplicando la ecuación de Langevin, encontró el prefactor en la expresión para el ritmo de activación, dando lugar a una línea de investigación muy activa durante la segunda mitad del siglo XX [16]. Estos procesos de activación son la base de la cinética de reacciones químicas y están presentes en muchos otros fenómenos como la frecuencia del canto de los grillos, la intermitencia de la luminosidad de las luciérnagas o incluso la percepción subjetiva del tiempo en seres humanos [17].

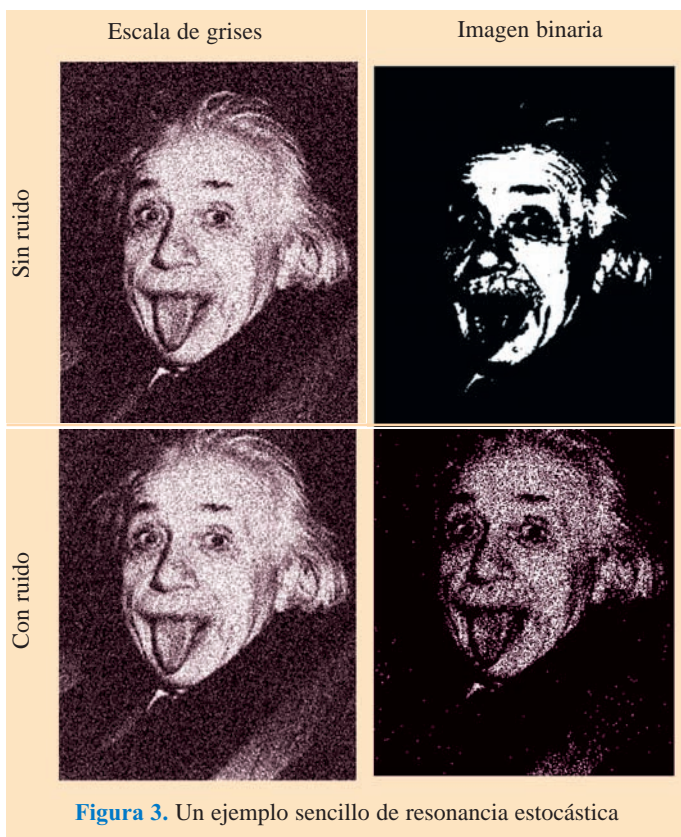


Figura 3. Un ejemplo sencillo de resonancia estocástica

## 6. El carácter constructivo de las fluctuaciones

En las últimas tres décadas, el estudio de las fluctuaciones ha experimentado un importante giro inspirado por una idea básica: las fluctuaciones, hasta entonces consideradas como una perturbación que impide o dificulta el funcionamiento de dispositivos artificiales o de sistemas biológicos, pueden, por el contrario, inducir comportamientos complejos y ser útiles en la ejecución de ciertas tareas como la percepción o la conversión de energía química en energía mecánica.

Hemos mencionado con anterioridad que el ruido o las fluctuaciones juegan un papel fundamental en el desencadenamiento de reacciones químicas y de rupturas espontáneas de simetría. También constituyen una estrategia muy eficaz para explorar el espacio de fases de un sistema. La evolución de las especies a través de mutaciones es una prueba fehaciente de ello. También lo son los llamados *métodos de Monte-Carlo* para integración y optimización de funciones definidas sobre espacios de dimensión muy alta, ya que exploran dichos espacios utilizando caminos aleatorios.

A estos conocidos ejemplos de la utilidad de las fluctuaciones, se han añadido en los últimos años tres importantes fenómenos: las transiciones de fase inducidas por ruido, la resonancia estocástica, y los motores brownianos.

En el primero de ellos, un ruido (aunque no térmico), puede hacer que un sistema espacialmente extendido se ordene o presente patrones espaciales, como bandas o hexágonos [18].

En el segundo, el ruido puede mejorar la respuesta de un sistema ante un estímulo. Un ejemplo sencillo se puede observar en la figura 3. En la columna de la izquierda se muestran fotografías en las que cada pixel puede tomar cualquier valor en una escala continua de grises, mientras que en la de la derecha se muestran *imágenes binarias*, en las que los píxeles sólo pueden ser blancos o negros. Las imágenes binarias de la derecha se han obtenido a partir de las de la izquierda haciendo blancos los píxeles cuya intensidad supera un cierto umbral [19]. Lo que se observa es que se reconoce mejor la imagen binaria si se añade algo de ruido a la fotografía inicial (la superior izquierda). Este fenómeno de resonancia estocástica, en el que el ruido puede mejorar la percepción de un estímulo, se ha observado en algunos animales [20] y en seres humanos [21].

El último de los fenómenos que hemos mencionado, los motores brownianos, consiste en la utilización de fluctuaciones térmicas para convertir energía térmica o química en energía mecánica [22-24]. La idea se remonta a Smoluchowski y Feynman, pero en la década de los 90 ha despertado un renovado interés gracias al trabajo de Magnasco [22] y a sus posibles aplicaciones en biología celular y nanotecnología (véase [24] para una completa revisión del tema).

Cien años después del artículo de Einstein, el movimiento browniano y las fluctuaciones, térmicas o no, continúan siendo una línea de investigación muy activa, con aplicaciones que van más allá de la física e incluyen la química, la biología e incluso la psicología o el estudio de sistemas socio-económicos. Y probablemente estas aplicaciones se verán considerablemente incrementadas en los próximos años, especialmente en los campos de la biología y la nanotecnología, gracias a las nuevas técnicas de observación y manipulación del mundo microscópico.

## Referencias


- [1] A. EINSTEIN, "Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen". *Annalen der Physik* **17**, 549 (1905).
- [2] A. PAIS, *Subtle Is the Lord: The Science and the Life of Albert Einstein* (Oxford University Press, 1982). Versión española: *El Señor es Sutil: La Ciencia y la Vida de Albert Einstein* (Ariel, 1984).
- [3] J.J. STACHEL, "Einstein's Miraculous Year: Five Papers That Changed the Face of Physics" (Princeton University Press, 1998).
- [4] A. EINSTEIN, "Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen". Tesis Doctoral. Universidad de Zurich. Versión inglesa: *A New Determination of Molecular Dimensions* en [3].
- [5] A. EINSTEIN, "Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen", *Annalen der Physik* **19**, 289 (1906). Versión inglesa: *A New Determination of Molecular Dimensions* en [8].
- [6] A. EINSTEIN, "Zur Theorie der Brownschen Bewegung". *Annalen der Physik* **19**, 371 (1906). Versión inglesa: *On the Theory of the Brownian Movement* en [8].
- [7] A. EINSTEIN, "Die grundlegende Theorie der Brownschen Bewegung", *Zeit. für Elektrochemie* **14**, 235 (1908). Versión inglesa *The Elementary Theory of the Brownian Motion* en [8].

- [8] A. EINSTEIN, "Investigations on the Theory of the Brownian Movement" (Dover, 1956).
- [9] A. EINSTEIN, Berichtigung zu meiner Arbeit: "Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen", *Annalen der Physik* **34**, 591 (1911).
- [10] A. EINSTEIN, "Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme", *Annalen der Physik* **14**, 354 (1904).
- [11] J.M.R. PARRONDO, "The Szilard Engine Revisited: Entropy, Macroscopic Randomness, and Symmetry Breaking Phase Transitions", *Chaos* **11**, 725 (2001).
- [12] H. LEFF Y A.F. REX, "Maxwell's Demon: Entropy, Information, Computing" (Adam Hilger, 1990).
- [13] A. EINSTEIN, *Zeit. für Elektrochemie* **13**, 41 (1907). Versión inglesa "Theoretical Observations of the Brownian Motion" en [8].
- [14] C.W. GARDINER, "Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and the Natural Sciences Series" (Springer, 3ª edición, 2004).
- [15] H.A. KRAMERS, "Brownian Motion in a Field of Force and the Diffusion Model of Chemical Reactions", *Physica* **7**, 284 (1940).
- [16] P. HÄNGGI, P. TALKNER Y M. BORKOVEC, "Reaction-rate Theory: Fifty Years after Kramers", *Rev. Mod. Phys.* **62**, 251 (1990).
- [17] K.J. LAIDLER, "Unconventional Applications of the Arrhenius Law", *J. Chem. Education* **49**, 343 (1972).
- [18] C. VAN DEN BROECK, J.M.R. PARRONDO Y R. TORAL, "Noise-induced Nonequilibrium Phase Transition", *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3395 (1994); J. GARCÍA-OJALVO Y J.M. SANCHO, "Noise in Spatially Extended Systems", (Springer, 1999).
- [19] JMR PARRONDO, "Ruidos Reveladores", *Investigación y Ciencia*, n° 321, p. 86 (Junio, 2003).
- [20] K. WIESENFELD Y F. MOSS, "Stochastic resonance and the benefits of noise: From the ice ages to crayfish and SQUIDS", *Nature* **373**, 33 (1995); L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung y F. Marchesoni, "Stochastic Resonance", *Rev. Mod. Phys.* **70**, 223 (1998).
- [21] K. KITAJO, D. NOZAKI, L.M. WARD Y Y. YAMAMOTO, "Behavioral Stochastic Resonance within the Human Brain", *Phys. Rev. Lett.* **90**, 218103 (2003).
- [22] M.O. MAGNASCO, "Forced Thermal Ratchets", *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1477 (1993).
- [23] JMR PARRONDO Y B JIMÉNEZ DE CISNEROS, "Juegos paradójicos y máquinas térmicas brownianas", *Revista Española de Física* **14**, n° 3, 24 (2000).
- [24] P. REIMANN, "Brownian motors: noisy transport far from equilibrium", *Phys. Rep.* **361**, 57 (2002).

**Juan Manuel Rodríguez Parrondo**

está en el Dpto. de Física Atómica, Molecular y Nuclear:  
Universidad Complutense de Madrid

CLAUDE COHEN-TANNOUDJI • ALBERTO GALINDO • RAFAEL REBOLO • AMAND A. LUCAS • FERNANDO FLORES • HEINRICH ROHRER • JEAN-MARIE LEHN • DUDLEY HERSCHBACH • IGNACIO CIRAC



Albert Einstein Annus Mirabilis 2005


San Sebastián  
Del 5 al 8 de septiembre 2005

www.dipc-einstein05.org

Conferencia sobre el centenario de cinco trabajos que cambiaron el mundo

VISITE LA WEB PARA INFORMACIÓN SOBRE  
EL PROGRAMA, INSCRIPCIÓN GRATUITA Y BECAS  
O LLAME AL 843.42.6420  
Plazo de inscripción hasta el 31 de mayo

Donostia International Physics Center



JOSE MANUEL SANCHEZ RON • GERALD HOLTON • ARTHUR I. MILLER • JOHN STACHEL • FRANCISCO I. YNDURAIN • SHELDON GLASHOW • ANTONY HEWISH • ANTON ZEILINGER • PEDRO PASCUAL • CLIFFORD M. WILL