

# Localidad einsteiniana y mecánica cuántica

Guillermo García Alcaine y Gabriel Álvarez Galindo

## Introducción

Las dos grandes teorías físicas del siglo XX, la teoría de la relatividad y la teoría cuántica, se formularon en un principio para dar cuenta de hechos experimentales muy distintos. La teoría especial de la relatividad reconoce la existencia de unos sistemas de referencia privilegiados, denominados inerciales, en los que las leyes de la mecánica y del electromagnetismo clásicos son especialmente sencillas, y establece la ley de transformación entre estos sistemas de referencia inerciales. Ésta es la famosa transformación de Lorentz, que en particular da cuenta de la constancia de la velocidad de la luz en el vacío  $c$  en todos los sistemas de referencia inerciales [1]. En general los valores de las magnitudes físicas cambian al pasar de un sistema de referencia inercial a otro, pero las leyes físicas que las relacionan no. Y cuando las ecuaciones de una ley física se han escrito de manera que este hecho sea matemáticamente evidente, se dice que la ley física está escrita en forma “covariante Lorentz”.

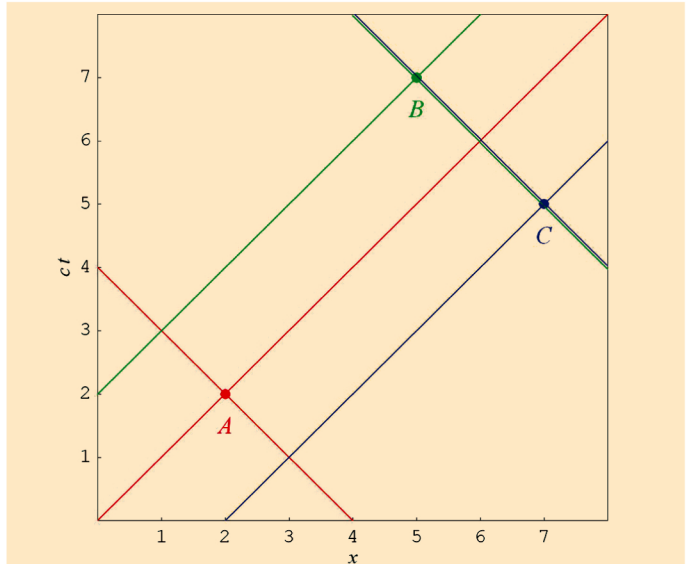
El concepto fundamental que subyace a la transformación de Lorentz es el de intervalo  $s_{AB}$  entre dos sucesos  $A$  y  $B$ . Si en un sistema de referencia inercial estos sucesos se describen con las coordenadas  $(t_A, x_A, y_A, z_A)$  y  $(t_B, x_B, y_B, z_B)$  respectivamente, el “cuadrado” del intervalo entre estos dos sucesos es

$$s_{AB}^2 = c^2(t_B - t_A)^2 - (x_B - x_A)^2 - (y_B - y_A)^2 - (z_B - z_A)^2, \quad (1)$$

y esta cantidad es la misma en todos los sistemas de referencia inerciales (es un “invariante Lorentz”). Es decir, si en otro sistema de referencia los mismos sucesos  $A$  y  $B$  se describen con otras coordenadas  $(\hat{t}_A, \hat{x}_A, \hat{y}_A, \hat{z}_A)$  y  $(\hat{t}_B, \hat{x}_B, \hat{y}_B, \hat{z}_B)$ , se comprueba experimentalmente que

$$c^2(t_B - t_A)^2 - (x_B - x_A)^2 - (y_B - y_A)^2 - (z_B - z_A)^2 = c^2(\hat{t}_B - \hat{t}_A)^2 - (\hat{x}_B - \hat{x}_A)^2 - (\hat{y}_B - \hat{y}_A)^2 - (\hat{z}_B - \hat{z}_A)^2, \quad (2)$$

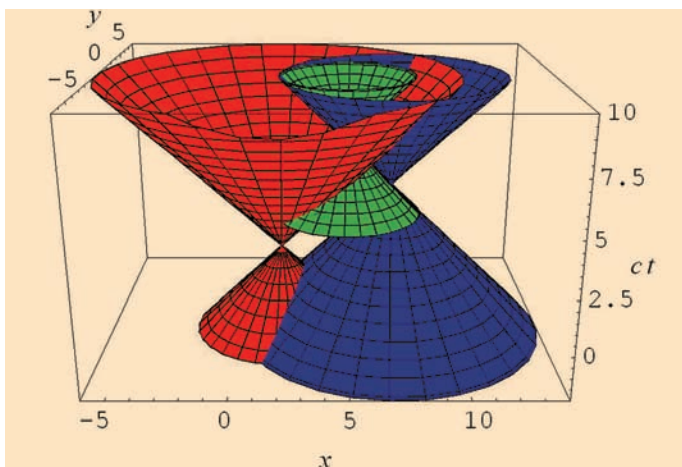
y por tanto el intervalo depende únicamente de los sucesos  $A$  y  $B$  y no del sistema de referencia inercial que se utilice para describirlos. Pero el “cuadrado” en la definición (1) es un cuadrado peculiar: dependiendo de las coordenadas de los sucesos  $A$  y  $B$ , puede ser positivo, negativo o nulo, y los intervalos correspondientes se denominan de género tiempo, de género espacio o de género luz respectivamente. Dos sucesos  $A$  y  $B$  separados por un intervalo de género espacio en un sistema de referencia inercial (y por tanto en todos) no pueden tener una relación de causa y efecto, ya que existen sistemas de referencia inerciales en los que  $t_A > t_B$  y otros en los que  $\hat{t}_A < \hat{t}_B$ . Sólo los sucesos separados por intervalos de género tiempo o de género luz pueden estar causalmente conectados. Éste es el concepto de localidad o causalidad einsteiniana.



**Figura 1.** Diagrama espacio-tiempo con tres sucesos  $A$ ,  $B$  y  $C$  que en este sistema de referencia tienen coordenadas  $(ct_A, x_A) = (2, 2)$ ,  $(ct_B, x_B) = (7, 5)$  y  $(ct_C, x_C) = (5, 7)$  respectivamente. Puesto que  $s_{AB}^2 = (7 - 2)^2 - (5 - 2)^2 = 16 > 0$  el intervalo entre  $A$  y  $B$  es de género tiempo y el suceso  $A$  puede ser causa del suceso  $B$ ; puesto que  $s_{AC}^2 = (5 - 2)^2 - (7 - 2)^2 = -16 < 0$  el intervalo entre  $A$  y  $C$  es de género espacio y no puede existir relación causal entre estos dos sucesos; finalmente, puesto que  $s_{BC}^2 = (5 - 7)^2 - (7 - 5)^2 = 0$  el intervalo entre  $B$  y  $C$  es de género luz y  $B$  puede ser causado por  $C$ . De cada suceso de la figura y en el color correspondiente parten líneas que representan los sucesos separados del inicial por intervalos de género luz (“conos de luz”, por analogía a lo que ocurriría en un espacio bidimensional  $(ct, x, y)$ : véase la figura 2. En nuestro ejemplo simplificado con una sola coordenada espacial  $(ct, x)$  son sectores angulares, y en el caso físico tridimensional  $(ct, x, y, z)$  “hiperconos” difíciles de visualizar). Un suceso puede ser causa sólo de sucesos que se encuentren dentro de o sobre su cono de luz futuro (hacia arriba, región denominada “futuro causal”), y sólo puede ser causado por sucesos que se encuentren dentro de o sobre su cono de luz pasado (desde abajo, “pasado causal”). En este ejemplo, los sucesos  $B$  y  $C$  comparten una de las generatrices de sus respectivos conos de luz.

Por su parte la teoría cuántica proporciona una descripción de los procesos físicos microscópicos muy distinta de la habitual a escala macroscópica. Así, se encuentra experimentalmente que la medida de una misma magnitud física sobre sistemas preparados de la misma forma conduce en general a resultados no coincidentes, que tienen que describirse mediante su distribución de frecuencias. Y aun en los casos en los que se pueden preparar sistemas físicos con valores bien definidos de varias magnitudes físicas independientes (observables compatibles), los resultados de medidas de otras magnitudes físicas presentan dispersión.

En la aplicación simultánea de los principios cuánticos y la relatividad especial han surgido varios conflictos. En este artículo vamos a discutir uno de ellos, que continúa apareciendo en un gran número de publicaciones: nuestro objeti-



**Figura 2.** Representación en dos dimensiones espaciales ( $ct$ ,  $x$ ,  $y$ ) de la figura anterior, que corresponde a la sección por el plano  $y = 0$  de esta figura.

vo es mostrar cómo las presuntas violaciones de la causalidad einsteiniana atribuidas a la teoría cuántica se basan en interpretaciones incorrectas.

El concepto de localidad einsteiniana se puede enunciar dentro de la teoría cuántica del siguiente modo:

*Las operaciones experimentales realizadas en una región del espacio-tiempo no modifican las distribuciones de probabilidad de los resultados de experimentos llevados a cabo en otras regiones del espacio-tiempo separadas de la primera por intervalos de género espacio.*

Desafortunadamente es muy frecuente el uso del término “localidad” con otros sentidos, y veremos que en algunos de ellos la teoría cuántica es ciertamente “no local”. Para aumentar la confusión, algunos autores afirman que estas otras “no localidades” se pueden utilizar para violar la “localidad einsteiniana.” He aquí una breve presentación de otros significados del término “localidad” que serán analizados en detalle en secciones sucesivas.

**Colapso no local del estado cuántico.** Si se tratase de un proceso físico, el colapso simultáneo del estado cuántico en todos los puntos del espacio sería un tipo de no localidad extrema que violaría la causalidad einsteiniana, además de romper con los principios mismos de la relatividad especial, ya que el concepto de simultaneidad depende del sistema de referencia inercial. Veremos que se trata sólo de un cambio en la descripción teórica, sin ninguna acción causal sobre el sistema físico.

**Estados y observables cuánticos no locales.** En los sistemas compuestos, cuyas partes pueden estar separadas por intervalos de género espacio, existen estados y observables cuánticos no implementables localmente, ni siquiera añadiendo comunicación clásica entre las distintas partes del sistema total. El estado total del sistema y muchos de sus observables tienen en ocasiones características que no se deducen de los estados y observables de cada una de sus partes por separado. Esto no tiene análogo clásico y resulta áltamente antiintuitivo, pero no contradice la causalidad einsteiniana, que no exige la separabilidad.

**Correlaciones no locales.** Tanto en las teorías clásicas como en la mecánica cuántica, existen a veces correlaciones entre resultados de medidas obtenidos en puntos del espacio-tiempo separados por intervalos del género espacio. En el caso clásico ello no preocupa porque se distinguen perfectamente correlación y relación causal, lo que sorprendentemente no todos hacen en el caso cuántico. Las correlaciones cuánticas son muy distintas de las clásicas, pero siguen siendo correlaciones: el problema surge cuando se confunden con relaciones causales, implicando acciones a distancia que violarían la causalidad einsteiniana.

**Incompatibilidad con las variables ocultas locales.** La violación de las desigualdades de Bell [2] y otras contradicciones aún más fuertes demuestran que la teoría cuántica y las teorías de variables ocultas locales son incompatibles. Esto suele resumirse diciendo que la mecánica cuántica es no local, pero ello no supone violación de la causalidad einsteiniana.

## 1. Reducción o colapso del estado cuántico

La teoría cuántica no predice valores bien definidos para los resultados de medidas de todos los observables en un sistema, sino distribuciones de probabilidad para dichos resultados. El estado cuántico, representado en el caso más general por un operador densidad, permite calcular estas distribuciones de probabilidad y en particular las correlaciones entre resultados de medidas llevadas a cabo en distintas partes de un sistema compuesto.

En este sentido, el estado cuántico de un sistema representa la información alcanzable sobre el mismo no por un observador concreto (lo cual sería algo subjetivo), sino por cualquier observador que haga una “tomografía” completa mediante medidas de un número suficiente de observables sobre un número suficiente de copias igualmente preparadas del sistema.

Cuando se realiza una medida adicional a las que se usaron para determinar el estado, su resultado actualiza la información sobre el sistema de un modo análogo a lo que ocurre en estadística bayesiana clásica al disponer de nuevos datos. Esta actualización se suele denominar “reducción del estado cuántico” o “colapso de la función de onda”, y así interpretada es una útil herramienta de cálculo.

Pero como hemos discutido con anterioridad en esta misma revista [3], este cambio en la descripción del sistema no corresponde a ningún proceso físico instantáneo (¿en qué sistema de referencia?) y no transmite señales de ningún tipo.

## 2. No separabilidad cuántica

Los estados y observables cuánticos de sistemas compuestos poseen aspectos no locales, algunos de los cuales indicamos a continuación.

### 2.1. No separabilidad de los estado cuánticos

Existen estados cuánticos puros de sistemas compuestos que no pueden escribirse como producto directo de los esta-

dos de sus partes<sup>1</sup>. Estos estados se denominan *entrelazados* (*entangled*); el ejemplo más sencillo es el denominado singlete de dos partículas de espín 1/2,

$$|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle \otimes |\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle \otimes |\uparrow\rangle), \quad (3)$$

donde la notación  $|0,0\rangle$  indica que tanto el espín total  $S$  del sistema como su tercera componente  $S_z$  son ambos nulos. Este estado  $|0,0\rangle$  describe el espín total del sistema de dos partículas asignando valores precisos  $S = 0$  y  $S_z = 0$  a lo que experimentalmente se ha encontrado que es un conjunto maximal de observables de espín compatibles independientes: en este sentido se dice que  $|0,0\rangle$  es un estado de espín puro o máximamente determinado.

Sin embargo, si en el estado  $|0,0\rangle$  se miden las componentes de espín de cada una de las partículas por separado, la mecánica cuántica predice, y experimentalmente se comprueba, que la probabilidad de encontrar un valor positivo o un valor negativo en cualquier dirección es la misma: se dice que los estados reducidos (aquellos que se obtienen al considerar cada partícula independientemente) están totalmente despolariados.

De esta propiedad de los estados reducidos no puede inferirse que el estado de espín del sistema de dos partículas sea el  $|0,0\rangle$ : existen infinitos estados (puros y no puros) del sistema total que conducen a estados reducidos totalmente despolariados. Las propiedades del estado total no son deducibles de las de sus partes consideradas por separado

## 2.2. No localidad de una partícula

En mecánica cuántica el vacío es un estado no trivial, y puede existir entrelazamiento entre el vacío y el estado de una única partícula: se tiene así la llamada no localidad de un único fotón [5, 6], que permite obtener desigualdades de Bell con una sola partícula y que recientemente ha sido comprobada experimentalmente [7].

## 2.3. Indistinguibilidad local de estados entrelazados ortogonales

Los cuatro estados de la base de Bell<sup>2</sup> son un ejemplo de estados entrelazados ortogonales, y por tanto máximamente distinguibles desde el punto de vista teórico, pero que no pueden distinguirse experimentalmente mediante medidas sobre cada una de las partes del sistema compuesto [8].

## 2.4. Imposibilidad de medición ideal local de ciertos observables

Existen observables no locales para los cuales no es posible una medida ideal en término de observables locales. Un ejemplo lo proporciona de nuevo el singlete (3). Como hemos dicho, una medición ideal de la tercera componente de espín total  $S_z = S_z^{(1)} + S_z^{(2)}$  debería arrojar el valor cero con certeza, y el estado después de dicha medición debería ser el de partida. Pero esta medición no puede llevarse a cabo

mediante mediciones de las terceras componentes de espín  $S_z^{(1)}$  y  $S_z^{(2)}$ , ya que aunque la suma de los resultados obtenidos es siempre cero, el estado resultante es o bien  $|\uparrow\rangle \otimes |\downarrow\rangle$  o bien  $|\downarrow\rangle \otimes |\uparrow\rangle$ , ambos distintos del estado singlete  $|0,0\rangle$  de partida.

## 2.5. Indistinguibilidad local de observables en estados separables

La no localidad anterior se manifiesta incluso en estados separables de dos partículas, para los que también existen observables que no pueden ser medidos localmente. La medición ideal de estos observables no es realizable mediante operaciones locales complementadas con transmisión clásica de información entre las partes, sino que exige medidas conjuntas sobre el sistema completo [9].

## 2.6. Compatibilidad de observables físicos y conmutación de sus representantes matemáticos

Dos observables físicos son compatibles si es posible realizar una medición ideal conjunta de ambos: en el formalismo matemático de la teoría cuántica estos observables compatibles están representados por operadores que conmutan. Recíprocamente, cabría pensar que operadores que conmutan siempre representan observables compatibles. Pero para sistemas compuestos, en estados separables o no, existen parejas de observables representados por operadores que conmutan, cuya compatibilidad física no está comprobada. Por ejemplo, los observables no locales  $S_z^{(1)} \otimes S_z^{(2)}$  y  $S_x^{(1)} \otimes S_z^{(2)}$  para dos partículas de espín 1/2, cuyos operadores correspondientes conmutan pero que nadie sabe medir conjuntamente

## 3. Correlaciones cuánticas

Para ilustrar la diferencia entre correlación y relación causal es útil considerar el ejemplo de dos sobres iguales, cada uno de los cuales contiene la mitad de un billete, y que se envían a dos observadores arbitrariamente lejanos. Cuando un observador abre el sobre que ha recibido y ve qué mitad del billete contiene, sabe con certeza qué obtendrá, estará obteniendo o habrá obtenido el otro observador al abrir su sobre: el orden temporal de las aperturas de los sobres es irrelevante. A nadie se le ocurre decir que el resultado encontrado al abrir el segundo sobre es causado por la apertura y observación del contenido del primero, o recíprocamente. Obviamente la correlación perfecta entre los resultados se debe a la preparación común de los dos sobres en el pasado. La distinción esencial entre correlación y relación causal es pues clara en el caso clásico.

Las correlaciones cuánticas son muy diferentes de las clásicas: pueden ser mayores, no ser consecuencia de valores preexistentes, no ser reproducibles mediante conjuntos de instrucciones previas, y existir entre subsistemas que no han estado nunca juntos. Pero, al igual que las clásicas, las corre-

<sup>1</sup>También existen estados mezcla no separables, pero su caracterización es algo más complicada [4].

<sup>2</sup>La definición de la base de Bell es  $|\phi_{\pm}\rangle = (|\uparrow\uparrow\rangle \pm |\downarrow\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|\psi_{\pm}\rangle = (|\uparrow\downarrow\rangle \pm |\downarrow\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$ .



laciones cuánticas no implican ningún tipo de acción a distancia, como vamos a ver para el estado singlete (3).

El cálculo tradicional de las correlaciones en el singlete se suele llevar a cabo en dos pasos: primero el observador  $A$  mide la componente del espín de la partícula 1 en una dirección  $\mathbf{a}$ , con lo que obtiene un resultado positivo o negativo con igual probabilidad y “colapsa” el estado total proyectando sobre el correspondiente estado de espín  $|\uparrow_{\mathbf{a}}\rangle^{(1)}$  o  $|\downarrow_{\mathbf{a}}\rangle^{(1)}$  de su partícula; a continuación se calcula la probabilidad de que el observador  $B$  encuentre un valor positivo o negativo al medir la componente de espín en una dirección  $\mathbf{b}$  sobre el estado de la segunda partícula resultante del colapso, que resulta ser  $|\downarrow_{\mathbf{a}}\rangle^{(2)}$  o  $|\uparrow_{\mathbf{a}}\rangle^{(2)}$  respectivamente.

Por ejemplo, la probabilidad de obtener resultados positivos en ambas medidas es el producto de la probabilidad de obtener resultado positivo en la primera,  $P(\uparrow_{\mathbf{a}}^{(1)})=1/2$ , por la probabilidad condicionada de que en tal caso se encuentre resultado positivo para la segunda,  $P(\uparrow_{\mathbf{b}}^{(2)}|\uparrow_{\mathbf{a}}^{(1)})=(1-\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})/2$ , es decir,

$$P(\uparrow_{\mathbf{a}}^{(1)}, \uparrow_{\mathbf{b}}^{(2)}) = P(\uparrow_{\mathbf{a}}^{(1)})P(\uparrow_{\mathbf{b}}^{(2)}|\uparrow_{\mathbf{a}}^{(1)}) = \frac{1}{4}(1-\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}). \quad (4)$$

A partir de estas probabilidades es fácil calcular valores medios  $\langle\sigma_{\mathbf{a}}^{(1)}\otimes\sigma_{\mathbf{b}}^{(2)}\rangle$  y correlaciones  $c(\sigma_{\mathbf{a}}^{(1)}, \sigma_{\mathbf{b}}^{(2)})$  en el estado singlete<sup>3</sup> Así

$$\begin{aligned} c(\sigma_{\mathbf{a}}^{(1)}, \sigma_{\mathbf{b}}^{(2)}) &= \langle\sigma_{\mathbf{a}}^{(1)}\otimes\sigma_{\mathbf{b}}^{(2)}\rangle - \langle\sigma_{\mathbf{a}}^{(1)}\otimes\mathbf{1}^{(2)}\rangle\langle\mathbf{1}^{(1)}\otimes\sigma_{\mathbf{b}}^{(2)}\rangle = \\ &= \langle\sigma_{\mathbf{a}}^{(1)}\otimes\sigma_{\mathbf{b}}^{(2)}\rangle = -\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}, \end{aligned} \quad (5)$$

donde hemos utilizado que en el singlete el valor medio de cualquier componente de espín de una de las partículas es siempre nulo. Nótese que si las dos direcciones coinciden existe anticorrelación perfecta. En cambio, si son ortogonales la correlación es cero: los resultados son estadísticamente independientes.

Este análisis sugiere que el resultado de la primera medida influye sobre el de la segunda (presunta influencia que ha sido explícitamente defendida por muchos autores), lo cual plantea importantes dificultades conceptuales incluso si se matiza que es una “influencia incontrolable” que no puede utilizarse para transmitir señales. El orden temporal entre dos mediciones separadas por un intervalo de género espacio depende del sistema de referencia inercial que se considere: ¿cuál de las dos mediciones colapsa el estado e “influye” sobre el otro resultado?

Pero las correlaciones pueden calcularse también directamente a partir del estado total, sin recurrir al colapso: basta considerar una medición conjunta sobre el sistema total, sin preocuparse por las regiones del espacio o los instantes en que las mediciones sobre ambas partículas tienen lugar (por

ello evitamos hablar de medición simultánea, ya que la simultaneidad depende del sistema de referencia inercial), calculando la probabilidad de que al medir  $\sigma_{\mathbf{a}}^{(1)}$  sobre la primera partícula y  $\sigma_{\mathbf{b}}^{(2)}$  sobre la segunda se obtenga un resultado conjunto dado, por ejemplo,

$$P(\uparrow_{\mathbf{a}}^{(1)}, \uparrow_{\mathbf{b}}^{(2)}) = \left| \langle \uparrow_{\mathbf{a}}^{(1)}, \uparrow_{\mathbf{b}}^{(2)} | 0, 0 \rangle \right|^2. \quad (6)$$

La posibilidad de medir conjuntamente los observables  $\sigma_{\mathbf{a}}^{(1)}$  y  $\sigma_{\mathbf{b}}^{(2)}$  está garantizada si ambas mediciones se efectúan en regiones separadas por un intervalo de género espacio. Si se utiliza directamente la expresión (3) para evaluar la probabilidad (6), el cálculo es un poco más largo que con el primer método, pero la simetría esférica del singlete permite escribirlo en la forma

$$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_{\mathbf{a}}\rangle\otimes|\downarrow_{\mathbf{a}}\rangle - |\downarrow_{\mathbf{a}}\rangle\otimes|\uparrow_{\mathbf{a}}\rangle) \quad (7)$$

para toda dirección  $\mathbf{a}$ , y el cálculo resulta ser exactamente el del primer método, pero con la probabilidad conjunta obtenida de forma directa.<sup>4</sup>

Este segundo procedimiento deja claro que se están calculando probabilidades para resultados de una medida conjunta no local (es decir, que consiste en medidas efectuadas en dos regiones distintas del espacio-tiempo) en el estado total singlete (3), y no probabilidades para resultados de medidas en una parte del sistema condicionadas a resultados de medidas en la otra parte, como sugiere el primer enfoque. Las correlaciones cuánticas entre los resultados de medidas conjuntas no obligan pues a considerar ningún tipo de acción o influencia entre las dos partes del sistema total, y son consecuencia de la preparación del estado singlete en el pasado causal de ambas mediciones, como en el caso clásico. Esta conclusión no se ve afectada por el hecho de que el estado singlete cuántico sea muy distinto de los estados clásicos, y las correlaciones cuánticas *encriptadas o encapsuladas* en el singlete sean mucho menos intuitivas que las más familiares correlaciones en sistemas clásicos. La teoría cuántica utiliza amplitudes complejas y dispone de información adicional *codificada* en las fases relativas: no es pues de extrañar que las correlaciones cuánticas entre resultados difieran de las clásicas, calculadas a partir de los propios resultados reales. Tampoco podríamos explicar el fenómeno de las interferencias en términos sólo las intensidades reales medibles: es necesario utilizar las amplitudes complejas no directamente medibles [12].

Muchos físicos importantes se han sentido incómodos con las correlaciones cuánticas, por ejemplo Einstein, que introdujo sus Elementos de Realidad [13] para evitar *spooky actions at a distance*. Acabamos de ver que la situación es hoy mucho más clara y aquí podría acabar la discusión, pero

<sup>3</sup>El operador para la componente de espín en la dirección  $\mathbf{n}$  de una partícula de espín 1/2 es  $S_{\mathbf{n}} = \hbar\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}/2$ , donde  $\boldsymbol{\sigma}$  son las matrices de Pauli. Es costumbre calcular las correlaciones no del propio espín  $S_{\mathbf{n}}$  sino de  $\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$ .

<sup>4</sup>Cabe notar que en ambos métodos de cálculo de las correlaciones —el que hace uso de la ecuación (4) basada en el colapso y el que evalúa directamente la probabilidad conjunta (6)— hemos utilizado sólo las partes de espín del sistema compuesto, sin tener en cuenta las partes espaciales del estado, cosa que en un problema que afecta a la localidad puede parecer sospechoso. Si los dos aparatos de medida están en reposo relativo, como en casi todos los experimentos realizados hasta la fecha, la inclusión de las partes espaciales no modifica el resultado. Si están en movimiento relativo, el cálculo se complica notablemente, tanto en una teoría covariante Lorentz [10] como en una covariante Galilei [11]: las correlaciones dependen entonces no sólo del ángulo entre las direcciones en que se miden los espines, sino que contienen un factor extra que depende de las velocidades de los dos dispositivos de medida con respecto al sistema en el que se preparó el singlete: en lo sucesivo nos limitaremos al caso simplificado, con las dos mediciones en reposo relativo.

dado que ha habido propuestas concretas para utilizar las correlaciones cuánticas para transmitir señales superlumínicas, vamos a comprobar que ello no es posible, ni siquiera admitiendo influencias entre las dos partes del sistema.

Supongamos que el observador  $A$  mide la componente  $z$  del espín de su partícula, y encuentra un valor positivo ( $A$  no puede preseleccionar este resultado; en cada medición individual encontrará resultado positivo o negativo con igual probabilidad). Al medir la componente  $z$  del espín de la segunda partícula, el observador  $B$  tiene que encontrar un valor negativo para que la anticorrelación sea perfecta: éste es un resultado experimental, que la teoría cuántica codifica en su descripción del singlete. A partir de este resultado sobre un único sistema individual el observador  $B$  no puede deducir lo que hace  $A$  (evitamos decir “ha hecho  $A$ ”, ya que, si la separación entre ambos sucesos es de género espacio, en algunos sistemas de referencia inerciales  $A$  mide después que  $B$ ). El valor negativo encontrado por  $B$  es compatible con que  $A$  mida la componente  $S_z$  con resultado positivo, mida cualquier otra componente con resultado positivo o negativo, o no mida nada: lo único descartado es que  $A$  mida la componente  $S_z$  y encuentre resultado negativo.

Si las medidas que realizan los observadores  $A$  y  $B$  están separadas por un intervalo de género espacio, una posible influencia de la medición de  $A$  sobre la segunda partícula que predetermine el valor que  $B$  encuentra en su medida es incompatible con la relatividad, ya la medición de  $A$  es posterior a la de  $B$  en algunos sistemas de referencia inerciales, pero estamos tratando precisamente de ver si la mecánica cuántica permite violar la relatividad. Aun así, el observador  $B$  no podría confirmarla “preexistencia” de este valor con un único sistema individual.

¿Podría  $A$  enviar alguna señal utilizando no un único singlete sino un gran número de ellos? Tampoco, debido a que  $A$  no puede preseleccionar sus propios resultados: si sobre todos ellos mide la componente  $S_z$ , encontrará valores positivos y negativos con igual probabilidad, y  $B$  encontrará el mismo número de valores negativos o positivos para la componente  $S_z$  de sus partículas. Pero lo mismo ocurre si  $A$  mide cualquier otra componente sobre todos los singletes, o no mide nada: a partir de mediciones locales,  $B$  no puede deducir lo que hace  $A$ , aunque ambos utilicen muchos singletes.

Para seguir la discusión, imaginemos que el estado que  $B$  encuentra en su medición fuera ya el estado antes de la misma,<sup>5</sup> y supongamos además que, a partir de un único sistema individual, fuera posible conseguir un número  $2N$  muy grande de copias perfectas de dicho estado antes de la medición. Sobre  $N$  de las copias,  $B$  mide la componente  $S_z$ , encontrando  $N$  resultados negativos (si el resultado de  $A$  al medir la componente  $S_z$  de su partícula es positivo) o  $N$  positivos (si el resultado de  $A$  es negativo), y sobre las otras  $N$  copias  $B$  mide la componente  $S_x$ , con resultados que pertenecen a una distribución estadística muy picada en torno a un valor central con igual número de valores positivos y negativos.

Si sobre la primera partícula de otro sistema individual en el estado singlete el observador  $A$  mide la componente  $S_x$  de espín, y encuentra valor positivo o negativo,  $B$  encuentra valor negativo o positivo, respectivamente, al medir la com-

ponente  $S_x$  de su partícula. Supongamos de nuevo que el estado de la segunda partícula fuera ya  $|\downarrow_x\rangle^{(2)}$  o  $|\uparrow_x\rangle^{(2)}$  antes de esta medición. El observador  $B$  hace primero  $2N$  copias del estado de su partícula y mide después la componente  $S_z$  sobre la mitad de ellas y la  $S_x$  sobre la otra mitad. En los casos en que mide la componente  $S_z$  sus resultados pertenecerán a una distribución estadística muy picada en torno a igual número de valores positivos y negativos, mientras que en los casos en que mide la componente  $S_x$  los resultados serán todos negativos o todos positivos.

Tendríamos así un telégrafo cuántico instantáneo: para transmitir una señal larga (o un 1),  $A$  mide la componente  $S_z$ , y para enviar una señal corta (o un 0),  $A$  mide la componente  $S_x$ . El observador  $B$  sería capaz de distinguir entre ambas elecciones de  $A$  a partir sólo de actuaciones sobre la segunda partícula (clonación y mediciones). Según esto, la mecánica cuántica con colapso permitiría comunicaciones instantáneas entre puntos arbitrariamente separados, burlando la limitación relativista sobre las velocidades: más aún, ¡en algunos sistemas de referencia inerciales el observador  $B$  recibiría señales antes de que  $A$  las emitiese! Una propuesta de este tipo llegó a patentarse hace algunos años.

Pero la linealidad de la mecánica cuántica impide que se cumplan a la vez las hipótesis de las dos partes del análisis anterior. Si el dispositivo de clonación es capaz de obtener copias perfectas de los estados  $|\uparrow\rangle$  y  $|\downarrow\rangle$  propios de la componente  $S_z$ , al copiar los estados propios de  $S_x$ ,  $|\uparrow_x\rangle = (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$  y  $|\downarrow_x\rangle = (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$  se obtendría unas superposiciones lineales de  $2N$  copias con  $S_z$  positivo y  $2N$  con  $S_z$  negativo,  $|\Omega\rangle_\pm = (|\uparrow\rangle^{2N} \mp |\downarrow\rangle^{2N})/\sqrt{2}$ , en vez de  $2N$  copias de los estados propios de  $S_x$  como acabamos de suponer.

Cuando el observador  $B$  analiza las  $2N$  copias contenidas en el estado  $|\Omega\rangle_\pm$ , al medir la componente  $S_z$  sobre  $N$  de ellas encuentra o todas las veces un resultado positivo, o todas las veces uno negativo. En los otros  $N$  casos en que mide la componente  $S_x$ , sus resultados pertenecen a una distribución estadística muy picada en torno a igual número de valores positivos y negativos, exactamente igual que cuando  $A$  midió la componente  $S_z$ . El observador  $B$  no puede distinguir entre ambos casos.

¿Y que pasaría si el observador  $A$  decide no medir nada? El estado de la segunda partícula antes de cualquier medición sobre ella tiene como operador estado reducido  $\rho = 1/2 |\uparrow\rangle\langle\uparrow| + 1/2 |\downarrow\rangle\langle\downarrow|$  (esta descripción sí es consistente con la mecánica cuántica). Al clonar linealmente este estado se obtendría una mezcla de  $2N$  copias con componente positiva y  $2N$  con componente negativa,  $\rho_{\text{clon}} = 1/2 |\uparrow\rangle\langle\uparrow|^{2N} + 1/2 |\downarrow\rangle\langle\downarrow|^{2N}$ , no  $2N$  copias de  $\rho$ , es decir  $\rho^{2N}$ . Al medir  $B$  la componente  $S_z$  sobre la mitad de las copias en  $\rho_{\text{clon}}$  se encontrarían  $N$  resultados positivos ó  $N$  resultados negativos, con igual probabilidad, mientras que al medir la componente  $S_x$  sobre las otras  $N$  copias se obtendría una distribución estadística muy picada alrededor de igual número de resultados positivos y negativos. De nuevo es imposible distinguir este resultado de los anteriores: el observador  $A$  tampoco puede enviar señales por telégrafo cuántico midiendo o no midiendo el espín de su partícula.

<sup>5</sup>La teoría cuántica no dice esto. El que el estado de espín tras la medición de la componente  $S_z$  sea  $|\downarrow\rangle$  no implica que lo fuera antes: el estado reducido de la segunda partícula antes de la medición era la matriz densidad unidad, correspondiente al estado totalmente despolarizado.

Así, aunque fuera posible obtener copias perfectas de los estados de una base, la linealidad de la mecánica cuántica prohíbe las copias perfectas de un estado cuántico arbitrario: es el llamado “teorema de no clonación” de Wootters y Zurek [14]. Como consecuencia de este teorema, las correlaciones cuánticas no pueden utilizarse para transmitir señales instantáneas, aunque se admitiesen “influencias” entre las dos partes del sistema entrelazado.<sup>6</sup>



**Figura 3.** Einstein contribuyó esencialmente al nacimiento de la mecánica cuántica, recibiendo el Premio Nobel de Física por su explicación del efecto fotoeléctrico a través de la discretización de la energía electromagnética en cuantos de luz o fotones. Pero al desarrollarse la teoría cuántica fue cada vez más crítico con ella, en especial con sus aspectos probabilísticos (“Dios no juega a los dados”) y con las presuntas acciones a distancia entre las partes de un sistema compuesto en un estado entrelazado (“spooky actions at a distance”). En 1935 Einstein concretó sus objeciones a la completitud de la mecánica cuántica en un artículo con Boris Podolsky y Nathan Rosen (fotografías superiores, de izquierda a derecha), que es el trabajo de Einstein más citado a partir de 1980.

En la mecánica cuántica ordinaria (lineal) ni siquiera el colapso permitiría la transmisión instantánea de señales. A la vista de esto, algunos autores concluyen que las presuntas influencias entre las dos partes del sistema son incontrolables, salvaguardando la causalidad einsteiniana a la vez que mantienen un tipo misterioso de interacción entre las dos partes del sistema, algo que sería menos que una acción a distancia causal, pero más que una simple correlación. Shimony propuso el nombre de “passion at a distance” para este tipo de interacción, y Mermin con su característica ironía replicó llamándolo “fashion at a distance” (abreviado como “fad”, traducible por moda pero también por manía, chifladura). Al igual que Mermin y otros muchos, nosotros mantenemos que se trata de correlaciones y sólo correlaciones, encapsuladas en el estado cuántico del sistema total, y que no hay influencias de ninguna clase entre las dos partes del mismo. De hecho, la discusión anterior no habría tenido que plantearse siquiera de no empeñarse en atribuir algún tipo de efecto físico al colapso: el análisis de las correlaciones cuánticas podría haber terminado tras comprobarse que dependen sólo del estado total, y que pueden calcularse sin suponer acciones a distancia entre sus partes.

#### 4. Incompatibilidad con el realismo local

Dos observadores  $A$  y  $B$ , separados todo lo que las limitaciones experimentales permitan, reciben cada uno una de

las dos partículas de una serie sucesiva de estados singletes, a intervalos temporales suficientes para poder distinguirlos claramente. Cada observador decide aleatoria e independientemente en cada caso qué componente de espín de su partícula medir de entre varias direcciones  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots, \mathbf{f}$ , sobre las que se han puesto de acuerdo previamente, y anota el resultado de cada medida. Cuando el experimento se ha repetido suficientes veces, los dos observadores comparan sus notas, comprobando que en aquellos casos en que sus dos direcciones elegidas aleatoriamente coincidieron, los resultados obtenidos fueron siempre opuestos.<sup>7</sup> Las dos mediciones para un mismo singlete pueden estar separadas por intervalos de género espacio, y las propias direcciones pueden elegirse cuando las partículas están a punto de llegar a sus respectivos dispositivos de medida, de forma que pueda excluirse cualquier influencia clásica (sublumínica) entre las dos partes del sistema.

Una vez convencidos de esta perfecta anticorrelación, y sin cambiar el dispositivo con el que se comprobó (fase de calibrado del experimento), si el observador  $A$  recibe una partícula de un singlete, mide la componente de espín en una dirección  $\mathbf{j}$  del conjunto  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots, \mathbf{f}$ , y encuentra un cierto resultado, positivo o negativo, puede predecir con certeza que si  $B$  mide la misma componente  $\mathbf{j}$  de espín de su partícula encuentra necesariamente el valor opuesto. Esta es precisamente la definición de *Elementos de Realidad Física* (*Elements of Physical Reality*, EPR en lo sucesivo) de Einstein, Podolsky y Rosen (EPR en lo sucesivo) [13]:

*Si, sin perturbar de ninguna manera un sistema, puede predecirse con certeza (es decir, con probabilidad igual a la unidad) el valor de una cantidad física, existe un elemento de realidad física correspondiente a esa cantidad.*

Nuestro ejemplo anterior corresponde a la variante con observables de espectro discreto debida a Bohm, que es mucho más transparente que la versión original de EPR para posición y momento lineal. En su forma más estricta (sentido fuerte), sólo la componente  $\mathbf{j}$  del espín de la segunda partícula es un EPR con un valor definido (el opuesto al que  $A$  encuentra). El observador  $B$  por su parte puede confirmar esta predicción de  $A$  o medir una componente  $\mathbf{i}$  distinta del espín de su partícula, infiriendo a su vez el correspondiente EPR fuerte para la componente  $\mathbf{i}$  de la primera partícula, pero si  $\mathbf{j} \neq \mathbf{i}$  ninguno de los dos observadores puede ya confirmar la predicción del otro.

La dirección  $\mathbf{j}$  era arbitraria:  $A$  la elige libremente, o deja la elección a algún proceso aleatorio. Puede utilizarse un argumento *contrafactual* para inferir que si  $A$  midiera la componente  $\mathbf{k}$  del espín de la primera partícula en vez de la  $\mathbf{j}$ , el EPR sería la componente  $\mathbf{k}$  de la segunda partícula (los positivistas estrictos nunca se dejan arrastrar a discusiones contrafactuales; sólo lo que de verdad se mide está bien definido). Con este tipo de razonamiento, las componentes de espín en las direcciones  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots, \mathbf{f}$  del experimento son todas ellas EPR en sentido débil (sólo uno de ellas con un valor

<sup>6</sup>Se han investigado también las clonaciones más eficientes teóricamente compatibles con los principios de la mecánica cuántica [15], y la conclusión es que tampoco permitirían transmitir señales superlumínicas.

<sup>7</sup>Este experimento se ha realizado con pares de fotones polarizados en un estado total parecido al singlete de dos partículas de espín  $1/2$  considerado aquí: los resultados confirman lo que acabamos de decir dentro del error experimental (los detectores nunca son totalmente eficientes y hay casos en que uno o los dos observadores no obtienen resultados).



concreto conocido), y por una nueva extensión, son *EPR* débiles las componentes de espín de la segunda partícula en cualquier dirección (no sólo aquellas para las cuales se confirmó la anticorrelación perfecta en la fase de calibración del experimento), y otro tanto para la primera partícula. Puesto que la mecánica cuántica permite precisar sólo una componente de espín para cada partícula, existirían elementos de realidad en sentido débil sin contrapartida en la teoría: éste es el argumento de incompletitud de la mecánica cuántica de *EPR*, modificado por Bohm: hasta aquí los *EPR* no contradicen la mecánica cuántica, sino que la completan. En sistemas entrelazados de tres partículas puede formularse un argumento de incompletitud de tipo *EPR* utilizando sólo *EPR* fuertes conjuntos (cosa que durante mucho tiempo se creyó imposible), y a la vez demostrar la *incompatibilidad* de los *EPR* fuertes con la mecánica cuántica [16].

La mecánica cuántica en cambio es positivista: solo atribuye un valor a una propiedad física si al medirla se encuentra dicho valor: *los experimentos no realizados no tienen resultados*, en frase rotunda de A. Peres. Durante mucho tiempo, elegir entre realismo o positivismo fué una cuestión de preferencias filosóficas. Pero en 1964, J. S. Bell descubrió que el realismo conduce a que se verifiquen ciertas desigualdades estadísticas, llamadas desde entonces desigualdades de Bell, que la mecánica cuántica puede violar. La desigualdad original de Bell puede escribirse como

$$\left| \langle \sigma_a^{(1)} \otimes \sigma_b^{(2)} \rangle - \langle \sigma_a^{(1)} \otimes \sigma_c^{(2)} \rangle \right| \leq 1 + \langle \sigma_b^{(1)} \otimes \sigma_c^{(2)} \rangle. \quad (8)$$

Posteriormente se han propuesto otras muchas desigualdades, más fáciles de comprobar experimentalmente, la más usada de las cuales es la llamada CHSH (Clauser, Horne, Shimony, Holt) [17]:

$$\left| \langle \sigma_a^{(1)} \otimes \sigma_c^{(2)} \rangle + \langle \sigma_a^{(1)} \otimes \sigma_d^{(2)} \rangle + \langle \sigma_b^{(1)} \otimes \sigma_c^{(2)} \rangle - \langle \sigma_b^{(1)} \otimes \sigma_d^{(2)} \rangle \right| \leq 2. \quad (9)$$

Existen dos tipos principales de deducciones de éstas desigualdades: el primero basado en variables ocultas [18], y el segundo en la existencia de *EPR*. En estas últimas deducciones subyacen más o menos explícitas las tres hipótesis siguientes, características del llamado *realismo local*:

**Realismo.** Existe una realidad física externa independiente de los observadores y de los procesos de medida, o dicho de otra forma, las propiedades de los sistemas físicos individuales tienen valores preexistentes antes de su medición o incluso en ausencia de ésta; la medición se limita a descubrir estos valores. Con esta definición abstracta es obvio que se trata de un concepto puramente filosófico, no susceptible de comprobación experimental. La definición concreta de *EPR* de *EPR* sí puede comprobarse, pero involucra no solo el realismo sino también la localidad einsteiniana, para excluir cualquier tipo de “perturbación” o “influencia” de una parte del sistema sobre la otra.

**Localidad einsteiniana.** Sucesos en puntos del espacio-tiempo separados por un intervalo de género espacio no pueden influirse causalmente. Este es un requisito físico, no filosófico: su violación obligaría a abandonar la relatividad y conduciría a toda suerte de contradicciones (como bucles causales).



**Figura 4.** En 1964 John S. Bell demostró que las variables ocultas locales no pueden utilizarse para completar la descripción probabilística de la mecánica cuántica tal como Einstein confiaba, sino que conducen a predicciones incompatibles con ella. Este resultado, conocido como teorema de Bell, es según Stapp, “the most profound discovery of science” (dice “science,” no “physics”), y abrió el camino para la verificación experimental de las predicciones contrapuestas de la mecánica cuántica y las teorías de variables ocultas locales.

**Elección libre o aleatoria.** Es posible elegir, o bien por decisión libre o bien aleatoriamente, las propiedades medidas en cada experimento individual, por ejemplo las componentes de espín que se miden para cada una de las dos partículas de cada singlete. Muchos autores consideran tan indiscutible esta hipótesis que ni siquiera la explicitan, pero es la que lleva a asignar *EPR* en sentido débil a varias componentes de espín de cada partícula, en vez de sólo a una componente de espín de cada partícula en sentido fuerte.

Por su parte, la mecánica cuántica proporciona una descripción del mundo muy diferente a la de las teorías realistas. No todos los observables son mutuamente compatibles (resultado experimental), por lo que incluso en los estados más completamente especificados (estados puros), la mayoría de los observables no tienen valores concretos hasta que se miden. A cambio, la mecánica cuántica predice valores concretos para las correlaciones entre medidas de observables compatibles en cualquier estado; para el singlete en particular fueron calculadas en la sección anterior:

$$\langle \sigma_a^{(1)} \otimes \sigma_b^{(2)} \rangle = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}. \quad (10)$$

Es fácil ver que en ciertos casos las predicciones cuánticas violan las desigualdades de Bell. Por ejemplo, para la desigualdad de Bell original basta tomar  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 0$ ,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 1/\sqrt{2}$ . La mecánica cuántica es pues incompatible con el realismo local.

Las desigualdades de Bell cuantifican la contradicción entre la mecánica cuántica y una clase general de teorías realistas locales (*Local Hidden Variables Theories*): rechazar una u otras (¡o ambas!) es una cuestión experimental. Si los experimentos confirman finalmente la violación de las desigualdades de Bell u otras predicciones cuánticas incompatibles con los análisis clásicos, cosa que la mayoría de los especialistas da por hecho pero que en sentido estricto no está conseguido aún, habrá que abandonar al menos una de las tres hipótesis de partida.

Una posibilidad sería renunciar a la elección libre (o estrictamente aleatoria) de las propiedades medidas. Si lo que acaba midiéndose en cada experimento está fijado, no harían falta valores concretos para las propiedades que no se van a medir (los argumentos contrafactuales no serían aplicables: cada observador mide lo que está condenado a medir en cada caso). Pero el precio a pagar por esta escapatoria es demasiado alto y pocos físicos la han considerado seriamente, aunque no hay que olvidar que este tipo de fatalismo ha sido históricamente aceptado por muchos individuos e incluso culturas (“estaba escrito”).

Otra posibilidad sería abandonar la localidad y causalidad einsteiniana y admitir una acción a distancia física entre puntos separados por intervalos de género espacio. Se encuentran frecuentemente en la literatura afirmaciones de que esto es lo que prueba la violación de las desigualdades de Bell, pero ello sería catastrófico: obligaría a abandonar la relatividad especial, la única teoría tan esencial como la mecánica cuántica, y produciría graves dificultades físicas (no sólo filosóficas) con la causalidad.

Queda otra opción: el abandono del realismo, en concreto del realismo local precisado en la definición de los *EPR* de *EPR*. Por atractivo que resulte el concepto abstracto de realismo desde el punto de vista filosófico, el universo no parece compatible con él. Muchas propiedades de los sistemas físicos individuales no tienen valores concretos (ni siquiera ocultos) hasta el momento en que son medidas.

La incompatibilidad del realismo local con la mecánica cuántica ha llevado a calificarla de no local, en vez de no realista como sería más adecuado. Aunque llamar no realista a una teoría científica parezca peyorativo, el realismo es una escuela filosófica para la que existen alternativas como el positivismo, mientras que la localidad einsteiniana es un requisito físico difícil de soslayar.

## Conclusión

A lo largo de estas notas hemos discutido varios contextos en los que aparecen los términos localidad y no localidad. Uno de ellos, el colapso cuántico, no corresponde a ningún tipo de proceso físico. En otros la mecánica cuántica puede calificarse como no local: hay estados y observables no implementables localmente, permite correlaciones no locales

muy distintas de las clásicas, y es incompatible con el realismo local. Pero como hemos visto ninguna de estas no localidades puede usarse para contradecir la localidad einsteiniana, que exige sólo que las diversas partes del sistema total no puedan influirse causalmente si están separadas por intervalos de género espacio. La coexistencia pacífica de relatividad especial y mecánica cuántica es pues posible.

## Bibliografía

- [1] E. F. TAYLOR AND J. A. WHEELER, “Spacetime Physics”, W. H. Freeman and Company, New York (1992).
- [2] A. ASPECT, G. GRANGIER AND G. ROGER, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460 (1981).
- [3] G. GARCÍA ALCAINE Y G. ÁLVAREZ GALINDO, *Revista Española de Física* **15** (2), 29 (2001).
- [4] G. GARCÍA ALCAINE, *Revista Española de Física* **14** (1), 17 (2000).
- [5] S. M. TAN, D. F. WALLS AND M. J. COLLET, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 252 (1991).
- [6] L. HARDY, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2279 (1994).
- [7] B. HESSMO, P. USACHEV, H. HEYDARI AND G. BJÖRK, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 180401 (2004).
- [8] S. GHOSH, G. KAR, A. ROY, A. SEN AND U. SEN, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 277902 (2001).
- [9] C. H. BENNET, D. P. DIVINCENZO, C. A. FUCHS, T. MOR, E. RAINS, P. W. SHOR, J. A. SMOLIN AND W. K. WOOTTERS, *Phys. Rev. A* **59**, 1070 (1999).
- [10] D. AHN, H. LEE, Y. H. MOON AND S. W. HWANG, *Phys. Rev. A* **67**, 012103 (2003).
- [11] P. CABAN, J. REMBIELISKI, K. A. SMOLISKI AND Z. WALCZAK, *Phys. Rev. A* **67**, 012109 (2003).
- [12] C. S. UNNIKRISSNAN, “There is no spooky action-at-a-distance in quantum correlations: Resolution of the EPR nonlocality puzzle”, arXiv:quant-ph/0001112.
- [13] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [14] W.K. WOOTTERS AND W.H. ZUREK, *Nature* **299**, 802 (1982)
- [15] D.BRUB, G.M. D’ARIANO, C. MACCHIAVELLO AND M.F.SACCHI, Approximate quantum cloning and the impossibility of superluminal information transfer, arXiv:quant-ph/0010070
- [16] A. CABELLO AND G. GARCÍA-ALCAINE, *J. Phys. A: Math Gen.* **30**, 725 (1997)
- [17] A. PERES, *Phys. Rev. A* **54**, 2685 (1996)
- [18] A.G. Valdenebro, *Eur. J. Phys.* **23**, 569 (2002).

**Guillermo García Alcaine**

*está en el Dpto. de Física Teórica I.*

**Gabriel Álvarez Galindo**

*está en el Dpto. de Física Teórica II.*

*Universidad Complutense de Madrid*



## Jornada sobre Didáctica de la Física y la Química en los distintos niveles educativos

Madrid, 6 de Julio de 2005

- Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la Universidad Politécnica de Madrid.
- Grupo de Didáctica e Historia de la Física y de la Química de las Reales Sociedades Españolas de Física y de Química
- Instituto Superior de Formación del Profesorado.
- Sección Territorial de Madrid de la Real Sociedad Española de Química
- Federación Empresarial de la Industria Química Española

**OBJETIVOS:** Discusión y reflexión, entre profesores de Física y Química de distintos niveles educativos, sobre: objetivos educativos, metodologías docentes, convergencia universitaria europea, relaciones entre las enseñanzas de Bachillerato y de la Universidad, enseñanza de Física y de Química en estudios universitarios específicos, propuestas de mejora, así como otros aspectos en relación con la enseñanza y el aprendizaje de la Física y de la Química.

**LUGAR DE CELEBRACIÓN:** E.T.S. de Ingenieros Industriales de la Universidad Politécnica de Madrid, José Gutiérrez Abascal, 2 (a la altura del Paseo de la Castellana nº 80).

**Inscripción gratuita hasta completar el aforo. Envío de trabajos para imprimir en libro: antes del 20 de marzo de 2005.**

**Información para inscripción y normas de publicación:** <http://www.etsii.upm.es/ieducativa/Jornadas.htm>